



МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ІЗМАЇЛЬСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ГУМАНІТАРНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

СИЛАБУС
навчальної дисципліни

ЛІНІЙНА АЛГЕБРА
(назва)

1. Основна інформація про дисципліну

Тип дисципліни: обов'язкова Форма навчання: денна, заочна
Освітній ступінь: БАКАЛАВР
Галузь знань: 01 Освіта/Педагогіка
Спеціальність: 014 Середня освіта
Освітня програма: Середня освіта: математика
Рік навчання: 1 Семестр: I, II
Кількість кредитів (годин): 6 (180 год.: 34/8 - лекції; 52/8 - практичні; 2-консультації; 92/164 - самостійна робота)
Мова викладання: українська
Посилання на курс в онлайн-платформі Moodle:
<http://moodle.idgu.edu.ua/moodle/course/view.php?id=642>
2. Інформація про викладача (викладачів)
ПІБ: Воробйов Яків Анатолійович
Науковий ступінь, вчене звання, посада: доцент
Кафедра: математики, інформатики та інформаційної діяльності
Робочій e-mail: yashavoro@gmail.com
Години консультацій на кафедрі: середа 16.00 – 17.20

3. Опис та мета дисципліни

В курсі «Лінійна алгебра» вивчаються: системи лінійних рівнянь і способи їх розв'язування, лінійний простір, евклідов простір, теорія лінійних операторів, білінійні та квадратичні форми. Даний курс є фундаментальним курсом для математичних спеціальностей і базовим для вивчення таких дисциплін як «Алгебра і теорія чисел».

Мета та цілі курсу. Оволодіння сучасними методами, теоретичними положеннями та основними застосуваннями лінійної алгебри в різних задачах математики, підготовка до їх використання в подальших навчальних курсах, сприяння розвитку логічного та аналітичного мислення студентів. У результаті вивчення навчальної дисципліни «Лінійна алгебра» студент повинен знати: основні поняття алгебри, зокрема такі як матриця, ранг матриці, визначник, многочлен, векторний простір, лінійний оператор, білінійна функція, квадратична функція, лінійний оператор, скалярний добуток, евклідов та унітарний простір; вміти: розв'язувати системи лінійних рівнянь, знаходити обернену матрицю, знаходити власні числа та власні вектори лінійних операторів, зводити до канонічного вигляду квадратичні форми, ортогоналізувати системи векторів, зводити до канонічного вигляду квадратичні форми за допомогою ортогонального перетворення.

4. Результати навчання

Компетентності:

- здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу;
- здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях;
- знання й розуміння предметної області та професійної діяльності;

- здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями;
- здатність до пошуку, обробки та аналізу інформації з різних джерел;
- здатність працювати автономно;
- визначеність і наполегливість щодо поставлених завдань і взятих обов'язків;
- здатність формулювати проблеми математично та в символічній формі з метою спрощення їхнього аналізу й розв'язання;
- здатність до аналізу математичних структур, у тому числі до оцінювання обґрунтованості й ефективності використовуваних математичних підходів.

Результати навчання:

- розуміти фундаментальну математику на рівні, необхідному для досягнення інших вимог освітньої програми;
- мати навички використання спеціалізованих програмних засобів комп'ютерної та прикладної математики і використовувати інтернет-ресурси;
- розв'язувати задачі придатними математичними методами, перевіряти умови виконання математичних тверджень, коректно переносити умови та твердження на нові класи об'єктів, знаходити й аналізувати відповідності між поставленою задачею й відомими моделями;
- розв'язувати конкретні математичні задачі, які сформульовано у формалізованому вигляді;
- здійснювати базові перетворення математичних моделей;
- знати теоретичні основи і застосовувати методи аналітичної та диференціальної геометрії для розв'язування професійних задач;
- знати теоретичні основи і застосовувати алгебраїчні методи для вивчення математичних структур.

5. Структура дисципліни

Денна форма

Перелік питань/завдань, що виносяться на обговорення/опрацювання	Рекомендовані джерела, допоміжні матеріали та ресурси
Тема 1. Комплексні числа. Многочлени	
<p>Лекція (2 год.): Комплексні числа. Операції над комплексними числами.</p> <p>Практична роб. (4 год.) Комплексні числа. Операції над комплексними числами.</p> <p>Самост.роб. Розв'язання індивідуальних задач.[1стор.7-8№3-8 , 12-14]</p> <p>Лекція (2 год.): Поняття многочлена n-го степеня з дійсними коефіцієнтами</p> <p>Практична роб. (4 год.): Розв'язання многочлена n-го степеня з дійсними коефіцієнтами. Алгоритм Евкліда та схема Горнера.</p> <p>Лекція (2 год.): Поняття многочлена n-го степеня з комплексними коефіцієнтами.</p> <p>Практична роб. (2 год) Розв'язання многочлена n-го степеня з комплексними коефіцієнтами.</p> <p>Сам. роб. Розв'язання задач.[3стор15-16 №6,12]</p>	<p>1. Збірник задач з теорії многочленів. [Навчальний посібник для студентів фізико-математичного факультету] За редакцією І.О.Рокіцького, Вінниця, 2004 – 139 с. http://amnm.vspu.edu.ua/wp-content/uploads/2016/02/Rokitskiy-Zbirnik-zadach-z-teoriyi-mnogochleniv.pdf</p> <p>2. А.С. Олійник, В.І. Суцанський. Лекції з алгебри [Навчальний посібник для студентів фізико-математичного факультету] ВПЦ Київський університет 2019 – 306 с. http://www.mechmat.univ.kiev.ua/wp-content/uploads/2019/03/lecturesinalgebra2019.pdf [10-18]</p> <p>3. Москаленко Ю. Д. ЛІНІЙНА АЛГЕБРА Методичні рекомендації до проведення практичних занять та організації самостійної роботи студентів предметної спеціальності 014.04 Середня освіта (Математика)/ Ю. Д. Москаленко, О. А. Москаленко, О. В. Коваленко.</p>
Тема 2. Матриці та визначники.	
<p>Лекція (2 год.). Поняття матриці. Основні операції над матрицями та їх властивості</p> <p>Практична роб. (4 год). Розв'язання матриці. Основні операції над матрицями та</p>	<p>1. Лінійна алгебра та аналітична геометрія: Навч. посібник / В. В. Булдігін, І. В. Алексєєва, В. О. Гайдей, О. О. Диховичний, Н. Р. Коновалова, Л. Б. Федорова; за ред. проф. В. В. Булдігіна. — К. :</p>

<p>їх властивості</p> <p>Лекція (2 год.). Поняття визначника. Мінор елемента визначника. Теорема Лапласа</p> <p>Практична роб. (2 год) Визначення визначника. Мінора елемента визначника. Теорема Лапласа</p> <p>Лекція (2 год.). Властивості визначників. Алгебраїчне доповнення</p> <p>Практична роб. (4 год) Властивості визначників. Алгебраїчне доповнення</p> <p>Самост.роб. Розв'язання індивідуальних завдань.</p>	<p>ТВиМС, 2011. — 224 с.</p> <p>2. Безущак О. О. Навчальний посібник з лінійної алгебри для студентів механіко-математичного факультету / О. О. Безущак, О. Г. Ганюшкін, Є. А. Кочубінська. – К. : ВПЦ "Київський університет", 2019. – 224 с.</p> <p>3. Набока О. О. ЛІНІЙНА АЛГЕБРА/ О. О. Набока. – Харків : НТУ «ХП», 2020. – 64 с.</p> <p>4. Москаленко Ю. Д. ЛІНІЙНА АЛГЕБРА Методичні рекомендації до проведення практичних занять та організації самостійної роботи студентів предметної спеціальності 014.04 Середня освіта (Математика)/ Ю. Д. Москаленко, О. А. Москаленко, О. В. Коваленко. –Полтава : ПНПУ імені В. Г. Короленка, 2021. 91 с.</p>
<p>Тема 3. Системи лінійних рівнянь</p>	
<p>Лекція (2 год.). Поняття про лінійні системи та їх сумісність</p> <p>Практична роб. (2 год) Розв'язування систем за формулами Крамера.</p> <p>Лекція (2 год.). Методи знаходження розв'язків лінійних систем</p> <p>Практична роб. (4 год) Розв'язування систем за формулами Крамера, за допомогою оберненої матриці, методом Гауса. (метод послідовного виключення невідомих)</p> <p>Самост.роб. Розв'язання індивідуальних завдань</p> <p>Практична роб. (6 год) Властивості сукупності розв'язків однорідної системи. Фундаментальна система розв'язків. Загальний розв'язок неоднорідної системи</p>	<p>1.Лінійна алгебра та аналітична геометрія: Навч. посібник / В. В. Булдігін, І. В. Алексєєва, В. О. Гайдей, О. О. Диховичний, Н. Р. Коновалова, Л. Б. Федорова; за ред. проф. В. В. Булдігіна. — К. : ТВиМС, 2011. — 224 с.</p> <p>2.Безущак О. О. Б40 Навчальний посібник з лінійної алгебри для студентів механіко-математичного факультету / О. О. Безущак, О. Г. Ганюшкін, Є. А. Кочубінська. – К. : ВПЦ "Київський університет", 2019. – 224 с.</p> <p>3.Набока О. О. ЛІНІЙНА АЛГЕБРА/ О. О. Набока. – Харків : НТУ «ХП», 2020. – 64 с.</p> <p>4.Москаленко Ю. Д. ЛІНІЙНА АЛГЕБРА Методичні рекомендації до проведення практичних занять та організації самостійної роботи студентів предметної спеціальності 014.04 Середня освіта (Математика)/ Ю. Д. Москаленко, О. А. Москаленко, О. В. Коваленко. – Полтава : ПНПУ імені В. Г. Короленка, 2021. 91 с.</p>
<p>Тема 4. Лінійні простори</p>	
<p>Лекція (2 год) Поняття лінійного простору. Лінійна залежність елементів простору. Розмірність та база лінійного простору.</p> <p>Практична роб. (2 год) Означення лінійного простору. Властивості довільних лінійних просторів. Базис та розмірність лінійного простору</p> <p>Лекція (2 год) Перетин, сума та пряма сума просторів.</p> <p>Практична роб. (2 год) Лінійна залежність та незалежність елементів лінійного простору. Лінійні оболонки та изоморфізми. Базиси та перетворення базисів.</p> <p>Лекція (2 год) Евклідів простір. Процес ортогоналізації системи векторів.</p> <p>Практична роб. (2 год) Сума й перетин підпросторів. Пряме та обернене перетворення базисів</p> <p>Самост.роб. Виконання індивідуальної роботи за варіантами [5, стор.37-38, інд. 1-3]</p>	<p>1 Лінійна алгебра та аналітична геометрія: Навч. посібник / В. В. Булдігін, І. В. Алексєєва, В. О. Гайдей, О. О. Диховичний, Н. Р. Коновалова, Л. Б. Федорова; за ред. проф. В. В. Булдігіна. — К. : ТВиМС, 2011. — 224 с.</p> <p>2 Бондарчук Ю.В. Лінійна алгебра та аналітична геометрія: навч. посібник / Ю.В. Бондарчук, Б.В. Олійник. – Київ: Києво-Могилянська академія, 2010. – 176 с.</p> <p>3 Безущак О. О. Навчальний посібник з лінійної алгебри для студентів механіко-математичного факультету / О. О. Безущак, О. Г. Ганюшкін, Є. А. Кочубінська. – К. : ВПЦ "Київський університет", 2019. – 224 с.</p> <p>http://www.mechmat.univ.kiev.ua/wp-content/uploads/2019/11/linear-algebra.pdf</p> <p>4 Панасенко О.Б. Лекції з лінійної алгебри: електронний навчальний посібник / О.Б. Панасенко. – Вінниця, 2015. – 273 с.</p> <p>https://dspace.uzhnu.edu.ua/jspui/bitstream/lib/2667/1/D0%9B%D1%96%D0%BD%D1%96%D0%B9%D0%B</p>

	D%D0%B0%20%D0%B0%D0%BB%D0%B3%D0%B5%D0%B1%D1%80%D0%B0.pdf
Тема 5. Лінійні оператори	
<p>Лекція (2 год). Лінійні оператори, їх матриці. Алгебра лінійних операторів.</p> <p>Практична роб. (2 год) Матриці лінійних операторів</p> <p>Лекція (2 год). Образ, ядро ранг і дефект лінійного оператора.</p> <p>Практична роб. (2 год). Знаходження образу, ядра ранга і дефекта лінійного оператора.</p> <p>Лекція (2 год). Власні значення та власні вектори лінійного оператора</p> <p>Практична роб. (2 год) Знаходження власних значень та власних векторів лінійного оператора.</p> <p>Самост.роб. Виконання індивідуальної роботи за варіантами [5, стор.39-43, інд. 4-8]</p>	<p>1. Лінійна алгебра та аналітична геометрія: Навч. посібник / В. В. Булдігін, І. В. Алексєєва, В. О. Гайдей, О. О. Диховичний, Н. Р. Коновалова, Л. Б. Федорова; за ред. проф. В. В. Булдігіна. — К. : ТВиМС, 2011. — 224 с. http://matan.kpi.ua/public/files/Posibnyk%20LA+AG.pdf</p> <p>2. https://www.ukma.edu.ua/~bogd/Lin_Algebra/PosibnykAlg.pdf</p> <p>3. Безущак О. О. Навчальний посібник з лінійної алгебри для студентів механіко-математичного факультету / О. О. Безущак, О. Г. Ганюшкін, Є. А. Кочубінська. – К. : ВПЦ "Київський університет", 2019. – 224 с. http://www.mechmat.univ.kiev.ua/wp-content/uploads/2019/11/linear-algebra.pdf</p> <p>4. http://amnm.vspu.edu.ua/wp-content/uploads/2016/10/Panasenko-lin-alg.pdf</p> <p>5. https://dspace.uzhnu.edu.ua/jspui/bitstream/lib/2667/1/%D0%9B%D1%96%D0%BD%D1%96%D0%B9%D0%BD%D0%B0%20%D0%B0%D0%BB%D0%B3%D0%B5%D0%B1%D1%80%D0%B0.pdf</p>
Тема 6. Білінійні та квадратичні форми	
<p>Лекція (2 год). Білінійні форми.</p> <p>Практична роб. (2 год) Білінійні форми та їх властивості</p> <p>Лекція (2 год). Методи зведення квадратичних форм до канонічного виду.</p> <p>Практична роб. (4 год) зведення квадратичних форм до канонічного виду.</p> <p>Лекція (2 год). Закон інерції та класифікація квадратичних форм.</p> <p>Практична роб. (2 год) Зв'язок білінійних та квадратичних форм</p> <p>Самостійна роб. Виконання індивідуальної роботи за варіантами [5, стор.47-50, інд. 12-15]</p>	<p>1. Лінійна алгебра та аналітична геометрія: Навч. посібник / В. В. Булдігін, І. В. Алексєєва, В. О. Гайдей, О. О. Диховичний, Н. Р. Коновалова, Л. Б. Федорова; за ред. проф. В. В. Булдігіна. — К. : ТВиМС, 2011. — 224 с. http://matan.kpi.ua/public/files/Posibnyk%20LA+AG.pdf</p> <p>2. https://www.ukma.edu.ua/~bogd/Lin_Algebra/PosibnykAlg.pdf</p> <p>3. Безущак О. О. Навчальний посібник з лінійної алгебри для студентів механіко-математичного факультету / О. О. Безущак, О. Г. Ганюшкін, Є. А. Кочубінська. – К. : ВПЦ "Київський університет", 2019. – 224 с. http://www.mechmat.univ.kiev.ua/wp-content/uploads/2019/11/linear-algebra.pdf</p> <p>4. http://amnm.vspu.edu.ua/wp-content/uploads/2016/10/Panasenko-lin-alg.pdf</p> <p>5. https://dspace.uzhnu.edu.ua/jspui/bitstream/lib/2667/1/%D0%9B%D1%96%D0%BD%D1%96%D0%B9%D0%BD%D0%B0%20%D0%B0%D0%BB%D0%B3%D0%B5%D0%B1%D1%80%D0%B0.pdf</p>
Заочна форма	
Перелік питань/завдань, що виносяться на обговорення/опрацювання	Рекомендовані джерела, допоміжні матеріали та ресурси
Тема1. Комплексні числа. Многочлени	
<p>Лекція (2 год.): Комплексні числа. Операції над комплексними числами.</p> <p>Практична роб. (2 год). Комплексні числа. Операції над комплексними числами.</p> <p>Самост.роб. Розв'язання індивідуальних задач.[1стор.7-8№3-8 , 12-14]</p>	<p>1.Збірник задач з теорії многочленів. [Навчальний посібник для студентів фізико-математичного факультету] За редакцією І.О.Рокіцького, Вінниця, 2004 – 139 с. http://amnm.vspu.edu.ua/wp-content/uploads/2016/02/Rokitskiy-Zbirnik-zadach-z-teoriyi-mnogochleniv.pdf</p>

<p>Самост.роб. Поняття многочлена n-го степеня з дійсними коефіцієнтами. Поняття многочлена n-го степеня з комплексними коефіцієнтами.</p> <p>Практична роб. (2 год) Розв'язання многочлена n-го степеня з комплексними коефіцієнтами.</p> <p>Сам. роб. Розв'язання задач.[Зстор15-16 №6,12]</p>	<p>А.С. Олійник, В.І. Суцанський. Лекції з алгебри [Навчальний посібник для студентів фізико-математичного факультету] ВПЦ Київський університет 2019 – 306 с. http://www.mechmat.univ.kiev.ua/wp-content/uploads/2019/03/lecturesinalgebra2019.pdf [10-18]</p> <p>Москаленко Ю. Д. ЛІНІЙНА АЛГЕБРА Методичні рекомендації до проведення практичних занять та організації самостійної роботи студентів предметної спеціальності 014.04 Середня освіта (Математика)/ Ю. Д. Москаленко, О. А. Москаленко, О. В. Коваленко.</p>
<p>Тема 2. Матриці та визначники.</p>	
<p>Лекція (2 год.). Поняття матриці. Основні операції над матрицями та їх властивості. Поняття визначника. Мінор елемента визначника. Теорема Лапласа</p> <p>Практична роб. (2 год) Визначення визначника. Мінора елемента визначника. Теорема Лапласа</p> <p>Самост.роб. Властивості визначників. Алгебраїчне доповнення Розв'язання індивідуальних завдань.</p>	<p>1. Лінійна алгебра та аналітична геометрія: Навч. посібник / В. В. Булдігін, І. В. Алексєєва, В. О. Гайдей, Об'яз. О. Диховичний, Н. Р. Коновалова, Л. Б. Федорова; за ред. проф. В. В. Булдігіна. — К. : ТВиМС, 2011. — 224 с. http://matan.kpi.ua/public/files/Posibnyk%20LA+AG.pdf</p> <p>2. https://www.ukma.edu.ua/~bogd/Lin_Algebra/PosibnykAlg.pdf</p> <p>3. Безущак О. О. Навчальний посібник з лінійної алгебри для студентів механіко-математичного факультету / О. О. Безущак, О. Г. Ганюшкін, Є. А. Кочубінська. – К. : ВПЦ "Київський університет", 2019. – 224 с. http://www.mechmat.univ.kiev.ua/wp-content/uploads/2019/11/linear-algebra.pdf</p> <p>4. http://amnm.vspu.edu.ua/wp-content/uploads/2016/10/Panasenko-lin-alg.pdf</p>
<p>Ф</p>	
<p>Самост.роб. Поняття про лінійні системи та їх сумісність</p> <p>Лекція (2 год.). Методи знаходження розв'язків лінійних систем</p> <p>Самост.роб. Розв'язання індивідуальних завдань</p> <p>Практична роб. (4 год) Властивості сукупності розв'язків однорідної системи. Фундаментальна система розв'язків. Загальний розв'язок неоднорідної системи</p>	<p>1. Лінійна алгебра та аналітична геометрія: Навч. посібник / В. В. Булдігін, І. В. Алексєєва, В. О. Гайдей, О. О. Диховичний, Н. Р. Коновалова, Л. Б. Федорова; за ред. проф. В. В. Булдігіна. — К. : ТВиМС, 2011. — 224 с. http://matan.kpi.ua/public/files/Posibnyk%20LA+AG.pdf</p> <p>2. https://www.ukma.edu.ua/~bogd/Lin_Algebra/PosibnykAlg.pdf</p> <p>3. Безущак О. О. Б40 Навчальний посібник з лінійної алгебри для студентів механіко-математичного факультету / О. О. Безущак, О. Г. Ганюшкін, Є. А. Кочубінська. – К. : ВПЦ "Київський університет", 2019. – 224 с. http://www.mechmat.univ.kiev.ua/wp-content/uploads/2019/11/linear-algebra.pdf</p> <p>4. http://amnm.vspu.edu.ua/wp-content/uploads/2016/10/Panasenko-lin-alg.pdf</p>
<p>Тема 4. Лінійні простори</p>	
<p>Лекція (2 год) Поняття лінійного простору. Лінійна залежність елементів простору. Розмірність та база лінійного простору.</p> <p>Мамост.роб. Перетин, сума та пряма сума просторів.</p> <p>Практична роб. (2 год) Лінійна залежність та незалежність елементів лінійного простору. Лінійні оболонки та изоморфізми. Базиси та</p>	<p>5 Лінійна алгебра та аналітична геометрія: Навч. посібник / В. В. Булдігін, І. В. Алексєєва, В. О. Гайдей, О. О. Диховичний, Н. Р. Коновалова, Л. Б. Федорова; за ред. проф. В. В. Булдігіна. — К. : ТВиМС, 2011. — 224 с.</p> <p>6 Бондарчук Ю.В. Лінійна алгебра та аналітична геометрія: навч. посібник / Ю.В. Бондарчук, Б.В. Олійник. – Київ: Києво-Могилянська академія, 2010.</p>

<p>перетворення базисів.</p> <p>Самост.роб. Евклідов простір. Процес ортогоналізації системи векторів.</p> <p>Самост.роб. Виконання індивідуальної роботи за варіантами [5, стор.37-38, інд. 1-3]</p>	<p>– 176 с.</p> <p>7 Безущак О. О. Навчальний посібник з лінійної алгебри для студентів механіко-математичного факультету / О. О. Безущак, О. Г. Ганюшкін, Є. А. Кочубінська. – К. : ВПЦ "Київський університет", 2019. – 224 с.</p> <p>http://www.mechmat.univ.kiev.ua/wp-content/uploads/2019/11/linear-algebra.pdf</p> <p>8 Панасенко О.Б. Лекції з лінійної алгебри: електронний навчальний посібник / О.Б. Панасенко. – Вінниця, 2015. – 273 с.</p> <p>1. https://dspace.uzhnu.edu.ua/jspui/bitstream/lib/2667/1/%D0%9B%D1%96%D0%BD%D1%96%D0%B9%D0%BD%D0%B0%20%D0%B0%D0%BB%D0%B3%D0%B5%D0%B1%D1%80%D0%B0.pdf</p>
<p>Тема 5. Лінійні оператори</p>	
<p>Лекція (2 год). Лінійні оператори, їх матриці. Алгебра лінійних операторів.</p> <p>Самост.роб. Образ, ядро ранг і дефект лінійного оператора.</p> <p>Практична роб. (2 год). Знаходження образу, ядра ранга і дефекта лінійного оператора.</p> <p>Самост.роб. Власні значення та власні вектори лінійного оператора</p> <p>Самост.роб. Виконання індивідуальної роботи за варіантами [5, стор.39-43, інд. 4-8]</p>	<p>1. Лінійна алгебра та аналітична геометрія: Навч. посібник / В. В. Булдігін, І. В. Алексєєва, В. О. Гайдей, О. О. Диховичний, Н. Р. Коновалова, Л. Б. Федорова; за ред. проф. В. В. Булдігіна. — К. : ТВіМС, 2011. — 224 с.</p> <p>http://matan.kpi.ua/public/files/Posibnyk%20LA+AG.pdf</p> <p>2. https://www.ukma.edu.ua/~bogd/Lin_Algebra/PosibnykAlg.pdf</p> <p>3. Безущак О. О. Навчальний посібник з лінійної алгебри для студентів механіко-математичного факультету / О. О. Безущак, О. Г. Ганюшкін, Є. А. Кочубінська. – К. : ВПЦ "Київський університет", 2019. – 224 с.</p> <p>http://www.mechmat.univ.kiev.ua/wp-content/uploads/2019/11/linear-algebra.pdf</p> <p>4. http://amnm.vspu.edu.ua/wp-content/uploads/2016/10/Panasenko-lin-alg.pdf</p> <p>5. https://dspace.uzhnu.edu.ua/jspui/bitstream/lib/2667/1/%D0%9B%D1%96%D0%BD%D1%96%D0%B9%D0%BD%D0%B0%20%D0%B0%D0%BB%D0%B3%D0%B5%D0%B1%D1%80%D0%B0.pdf</p>
<p>Тема 6. Білінійні та квадратичні форми</p>	
<p>Самост.роб. Білінійні форми.</p> <p>Лекція (2 год). Методи зведення квадратичних форм до канонічного виду.</p> <p>Практична роб. (2 год) зведення квадратичних форм до канонічного виду.</p> <p>Самост.роб. Закон інерції та класифікація квадратичних форм.</p> <p>Самостійна роб. Виконання індивідуальної роботи за варіантами [5, стор.47-50, інд. 12-15]</p>	<p>1. Лінійна алгебра та аналітична геометрія: Навч. посібник / В. В. Булдігін, І. В. Алексєєва, В. О. Гайдей, О. О. Диховичний, Н. Р. Коновалова, Л. Б. Федорова; за ред. проф. В. В. Булдігіна. — К. : ТВіМС, 2011. — 224 с.</p> <p>http://matan.kpi.ua/public/files/Posibnyk%20LA+AG.pdf</p> <p>2. https://www.ukma.edu.ua/~bogd/Lin_Algebra/PosibnykAlg.pdf</p> <p>3. Безущак О. О. Навчальний посібник з лінійної алгебри для студентів механіко-математичного факультету / О. О. Безущак, О. Г. Ганюшкін, Є. А. Кочубінська. – К. : ВПЦ "Київський університет", 2019. – 224 с.</p> <p>http://www.mechmat.univ.kiev.ua/wp-content/uploads/2019/11/linear-algebra.pdf</p> <p>4. http://amnm.vspu.edu.ua/wp-content/uploads/2016/10/Panasenko-lin-alg.pdf</p> <p>5. https://dspace.uzhnu.edu.ua/jspui/bitstream/lib/2667/1/%D0%9B%D1%96%D0%BD%D1%96%D0%B9%D0%BD%D0%B0%20%D0%B0%D0%BB%D0%B3%D0%B5%D0%B1%D1%80%D0%B0.pdf</p>

6. Політика курсу

Політика щодо відвідування навчальних занять.

Згідно з «Положенням про порядок оцінювання рівня навчальних досягнень студентів в умовах ЄКТС в ІДГУ» студенти мають обов'язково бути присутніми на практичних заняттях. Студент, який з поважних причин, підтверджених документально, був відсутній на практичному занятті, має право на відпрацювання у двотижневий термін після повернення до навчання. Студент, який не використав надане йому право у встановлений термін або пропустив заняття без поважних причин, отримує за кожне пропущення заняття 0 балів. Студенти, які навчаються за індивідуальним графіком, мають в повному обсязі виконати додаткові індивідуальні завдання, попередньо узгодивши їх з викладачем. Присутність на модульній контрольній роботі є обов'язковою. У випадку відсутності студента на проміжному контролі з поважної причини, підтвердженої документально, йому призначається інша дата складання модульної контрольної роботи.

Політика академічної доброчесності.

Студенти мають дотримуватись правил академічної доброчесності відповідно до «Кодексу академічної доброчесності ІДГУ». Наявність академічного плагіату в студентських роботах є підставою для виставлення негативної оцінки. Списування студентів під час проведення модульної контрольної роботи є підставою для дострокового припинення її складання та виставлення негативної оцінки.

7. Проміжний і підсумковий контроль

Форма проміжного контролю – модульна контрольна робота.

Модульна контрольна робота (середнє значення за результатами двох контрольних робіт, кожне завдання по 2 бали.).

Зразок індивідуального завдання (ІНДЗ № 1)

1. Для даного визначника Δ знайти мінори та алгебраїчні доповнення елементів a_{i2} , a_{3j} . Обчислити визначник Δ : а) розклавши його за елементами i -го порядку; б) розклавши його за елементами j -го стовпчика; в) отримавши попередньо нулі в i -ому рядку.

$$1. \begin{vmatrix} 1 & 1 & -2 & 0 \\ 3 & 6 & -2 & 5 \\ 1 & 0 & 6 & 4 \\ 2 & 3 & 5 & -1 \end{vmatrix}, \quad 2. \begin{vmatrix} 2 & 0 & -1 & 3 \\ 6 & 3 & -9 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & 3 \\ 4 & 2 & 0 & 6 \end{vmatrix}, \quad 3. \begin{vmatrix} 2 & 7 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ 3 & 4 & 0 & 2 \\ 0 & 5 & -1 & -3 \end{vmatrix},$$

$i=4, j=1$ $i=3, j=3$ $i=4, j=1$

$$4. \begin{vmatrix} 4 & -5 & -1 & -5 \\ -3 & 2 & 8 & -2 \\ 5 & 3 & 1 & 3 \\ -2 & 4 & -6 & 8 \end{vmatrix}, \quad 5. \begin{vmatrix} 3 & 5 & 3 & 2 \\ 2 & 4 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 2 & 1 \\ 5 & 1 & -2 & 4 \end{vmatrix}, \quad 6. \begin{vmatrix} 3 & 2 & 0 & -5 \\ 4 & 3 & -5 & 0 \\ 1 & 0 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & -3 & 4 \end{vmatrix},$$

$i=1, j=3$ $i=2, j=4$ $i=1, j=2$

$$7. \begin{vmatrix} 2 & -1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & -2 \end{vmatrix}, \quad 8. \begin{vmatrix} 3 & 2 & 0 & -2 \\ 1 & -1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 3 & -3 \end{vmatrix}, \quad 9. \begin{vmatrix} 0 & 4 & 1 & 1 \\ -4 & 2 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & -2 \\ 1 & 3 & 4 & -3 \end{vmatrix},$$

$i=2, j=3$ $i=3, j=1$ $i=4, j=3$

$$10. \begin{vmatrix} 0 & -2 & 1 & 7 \\ 4 & -8 & 2 & -3 \\ 10 & 1 & -5 & 4 \\ -8 & 3 & 2 & -1 \end{vmatrix}.$$

$i=4, j=2$.

2. Дослідити на сумісність та визначеність системи лінійних рівнянь:

$$\begin{array}{l}
1. \begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 7, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 6. \end{cases} \\
2. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 3, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = -4, \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = -3. \end{cases} \\
3. \begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = 12, \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 6, \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 3. \end{cases} \\
4. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = -4, \\ x_1 + 3x_2 - x_3 = 11, \\ x_1 - 2x_2 + 2x_3 = -7. \end{cases} \\
5. \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 12, \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 6, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = -9. \end{cases} \\
6. \begin{cases} 8x_1 + 3x_2 - 6x_3 = -4, \\ x_1 + x_2 - x_3 = 2, \\ 4x_1 + x_2 - 3x_3 = -5. \end{cases} \\
7. \begin{cases} 4x_1 + x_2 - 3x_3 = 9, \\ x_1 + x_2 - x_3 = -2, \\ 8x_1 + 3x_2 - 6x_3 = 12. \end{cases} \\
8. \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 33, \\ 7x_1 - 5x_2 = 24, \\ 4x_1 + 11x_3 = 39. \end{cases} \\
9. \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 12, \\ 7x_1 - 5x_2 + x_3 = -33, \\ 4x_1 + x_3 = -7. \end{cases} \\
10. \begin{cases} x_1 + 4x_2 - x_3 = 6, \\ 5x_2 + 4x_3 = -20, \\ 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 = -22. \end{cases}
\end{array}$$

Знайти їх розв'язки, одним із оптимальних методів.

(ІНДЗ № 2)

1. Знайти суму матриць А і В, які знаходяться в діапазонах А1:С3 (матриця А) і Е1:G 3 (матриця В). Для знаходження суми матриць необхідно виконати такі дії:

1. Виділити область під результат, наприклад: А5:С7.
2. Ввести знак =.
3. Виділити область з першою матрицею А: А1:С3.
4. Ввести знак +.
5. Виділити область з другою матрицею В: Е1:G3.
6. Клацнути мишею в рядку формул і натиснути Ctrl+Shift+ENTER. В результаті в комірках А5:С7 з'явиться формула {= А1:С3 + Е1:G3}.

2. Помножити елементи матриці А, яка знаходиться в комірках А1:С3 на коефіцієнт 1,5
Для знаходження результату необхідно виконати такі дії:

1. Виділити область під результат, наприклад А9:С11.
 2. Ввести знак =.
 3. Виділити область з матрицею А: А1:С3.
 4. Ввести знак * і 1,5.
 5. Натиснути Ctrl+Shift+ENTER.
- В результаті в комірках А9:С11 з'явиться формула {= А1:С3*1,5}

Приклад підготовки розв'язання СЛАУ за допомогою EXCEL

Розв'язати систему:

$$\begin{cases} x_2 - 13x_3 + 4x_4 = -5 \\ x_1 = 2x_3 + 3x_4 = -4 \\ 3x_1 + 21x_2 - 5x_4 = 2 \\ 4x_1 + 3x_2 - 5x_3 = 3 \end{cases}$$

Спочатку необхідно ввести коефіцієнти при невідомих (матриця А) і стовпець вільних членів (вектор В) в комірки робочого листу Excel, розташовуючи матрицю А в комірках В1:Е4, а вектор В - в комірках Н1:Н4. Перед матрицею і вектором необхідно розташувати підписи: у комірці А3 записати текст "А=", а в комірці G3 - текст "В="

Приклад розв'язання СЛАУ методом зворотної матриці. Для розв'язання СЛАУ методом зворотної матриці необхідно:

1. В комірці А8 розташувати підпис "Аобр=".
2. Потім виділити комірки В6:Е9 для зберігання зворотної матриці.
3. Викликати майстер функцій (fx) і в категорії "Математические" необхідно вибрати функцію МОБР.

4. З'явиться вікно для заповнення аргументів функції де як "масив" необхідно вказати діапазон, в якому знаходиться початкова матриця А, тобто В1:Е4. Клацнути мишею в рядку формул і натиснути Ctrl+Shift+ENTER.
5. Тепер треба помножити одержану зворотну матрицю на вектор В. Для цього в комірці G8 треба розташувати підпис "X="
6. А потім необхідно виділити область Н6:Н9 для зберігання результуючого вектора X
7. Викликати майстер функцій (fx).
8. В категорії "Математические" вибрати функцію МУМНОЖ.
9. З'явиться вікно для заповнення аргументів функції, де як "масив1" вказати діапазон, в якому знаходиться зворотна матриця, тобто В6:Е9, а як "масив2" вказати діапазон, в якому знаходиться вектор вільних членів В, тобто Н1:Н4.
10. Клацнути мишею в рядку формул і натиснути Ctrl+Shift+ENTER.
11. Зробити перевірку знайденого рішення, тобто помножити матрицю коефіцієнтів на стовпець невідомих за допомогою функції МУМНОЖ. В результаті повинен вийти вектор В.

Форма підсумкового контролю – залік, екзамен .

Залік – це форма підсумкового контролю I семестру, що полягає в оцінюванні рівня опанування здобувачами навчального матеріалу виключно на підставі результатів виконання ними певних видів робіт (робота на практичних заняттях, виконання індивідуальних завдань).

Семестровий екзамен – це вид підсумкового контролю II семестру, який спрямований на перевірку програмних результатів навчання, визначених освітньою програмою для відповідного освітнього компонента.

Питання до іспиту

1. Множини. Відображення множин
2. Група. Кільце. Поле. Означення та приклади.
3. Поле комплексних чисел. Алгебраїчна форма комплексного числа.
4. Тригонометрична форма комплексного числа. Добування кореня.
5. Корені з одиниці. Первісні корені з одиниці.
6. Дійсний n -вимірний векторний простір.
7. Базис системи векторів. Базис простору.
8. Матриці. Дії над матрицями.
9. Обернена матриця.
10. Детермінанти. Означення та основні властивості.
11. Теорема Лапласа. Розклад детермінанта за елементами рядку.
12. Детермінант добутку двох матриць.
13. Системи лінійних алгебраїчних рівнянь. Еквівалентність СЛАР.
14. Метод Гаусса розв'язування СЛАР.
15. Правило Крамера.
16. Ранг матриці.
17. Теорема Кронекера-Капеллі.
18. Системи лінійних однорідних рівнянь.
19. Фундаментальна система розв'язків системи лінійних однорідних рівнянь.
20. Кільце многочленів. Корені многочлена.
21. Основна теорема алгебри.
22. Алгоритм Евкліда.
23. Канонічний розклад многочлена над \mathbb{C} .
24. Канонічний розклад многочлена над \mathbb{R} .
25. Теорема про оборотність матриці переходу від одного базису скінченновимірного лінійного простору до іншого.
26. Ізоморфізм лінійних просторів. Властивості ізоморфізму лінійних просторів. Класифікація скінченновимірних лінійних просторів над даним полем.
27. Підпростори лінійного простору. Ознаки підпростору. Приклади підпросторів.
28. Дії над підпросторами. Теореми про перетин та суму підпросторів. Теорема про розмірність суми і перетину підпросторів.
29. Прямі суми підпросторів. Ознаки прямої суми.
30. Суміжні класи лінійного простору за підпростором. Властивості суміжних класів. Фактор-простір.
31. Теорема про розмірність трьох просторів.
32. Лінійне відображення лінійних просторів. Ознака лінійного відображення. Найпростіші властивості лінійного відображення. Ознака лінійного відображення.

33. Ядро та образ лінійного відображення. Основна теорема про гомоморфізми для лінійних відображень.
34. Теорема про існування і єдиність лінійного відображення.
35. Матриця лінійного відображення. Формула для координат образу вектора при лінійному відображенні.
36. Зв'язок матриць лінійного відображення при заміні базисів лінійних просторів.
37. Дії над лійними відображеннями. Теорема про простір лінійних відображень.
38. Теорема про добуток лінійних відображень. Теорема про матрицю добутку лінійних відображень.
39. Лінійний оператор лінійного простору. Матриця лінійного оператора скінченновимірному лінійного простору. Зв'язок матриць лінійного оператора при заміні базису лінійного простору.
40. Ядро та образ лінійного оператора. Теорема про розмірності ядра та образу лінійного оператора.
41. Ознаки оборотності лінійного оператора.
42. Характеристичний многочлен матриці і лінійного оператора.
43. Власні вектори і власні значення лінійного оператора. Теорема про підпростір власних векторів, що належать одному власному значенню.
44. Теорема про лінійну незалежність системи власних векторів, що належать попарно різним власним значенням лінійного оператора.
45. Нормальні форми матриць над полем.
46. Евклідов простір. Процес ортогоналізації Грама – Шмідта.
47. Ортогональні оператори евклідового простору.
48. Симетричні оператори евклідового простору.
49. Квадратичні форми.
50. Зведення квадратичної форми до головних осей.

8. Критерії оцінювання результатів навчання

Засоби діагностики результатів навчання

Для визначення рівня засвоєння здобувачами навчального матеріалу використовуються такі методи оцінювання знань: проведення контрольних робіт після вивчення певних змістових тем; перевірка домашніх робіт; опитування підчас практичних занять; підсумкова модульна контрольна робота. Для діагностики знань використовується кредитно-рейтингова система за 100-бальною шкалою оцінювання.

Рівні навчальних досягнень	100-бальна шкала	Критерії оцінювання навчальних досягнень	
		Теоретична підготовка	Практична підготовка
Здобувач вищої освіти			
Відмінний	100...90	вільно володіє навчальним матеріалом, висловлює свої думки, робить аргументовані висновки, рецензує відповіді інших студентів, творчо виконує індивідуальні та колективні завдання; самостійно знаходить додаткову інформацію та використовує її для реалізації поставлених перед ним завдань; вільно використовує нові інформаційні технології для поповнення власних знань	може аргументовано обрати раціональний спосіб виконання завдання й оцінити результати власної практичної діяльності; виконує завдання, не перед-бачені навчальною програмою; вільно використовує знання для розв'язання поставлених перед ним завдань
Достатній	89....70	вільно володіє навчальним матеріалом, застосовує знання на практиці; узагальнює і систематизує навчальну інформацію, але допускає незначні огріхи у порівняннях, формулюванні висновків, застосуванні теоретичних знань на практиці	за зразком самостійно виконує практичні завдання, перед-бачені програмою; має стійкі навички виконання завдання

Рівні навчальних досягнень	100-бальна шкала	Критерії оцінювання навчальних досягнень	
		Теоретична підготовка	Практична підготовка
		Здобувач вищої освіти	
Задовільний	69...51	володіє навчальним матеріалом поверхово, фрагментарно, на рівні запам'ятовування відтворює певну частину навчального матеріалу з елементами логічних зв'язків, знає основні поняття навчального матеріалу	має елементарні, нестійкі навички виконання завдань
Незадовільний	50...1	має фрагментарні знання (менше половини) при незначному загальному обсязі навчального матеріалу; відсутні сформовані уміння та навички; під час відповіді допущено суттєві помилки	планує та виконує частину завдання за допомогою викладача

Критерії оцінювання під час аудиторних занять

Досягнення здобувачів на практичних заняттях, а також виконані ними індивідуальна та самостійна роботи оцінюються за шкалою від «0» до «5».

Оцінка	Критерії оцінювання навчальних досягнень
5 балів	Оцінюється робота студента, який у повному обсязі володіє навчальним матеріалом, вільно, самостійно та аргументовано його викладає, глибоко та всебічно розкриває зміст теоретичних запитань та практичних завдань, використовуючи при цьому обов'язкову та додаткову літературу, вільно послуговується науковою термінологією, розв'язує задачі стандартним або оригінальним способом, наводить аргументи на підтвердження власних думок, здійснює аналіз та робить висновки.
4 бали	Оцінюється робота студента, який достатньо повно володіє навчальним матеріалом, обґрунтовано його викладає, в основному розкриває зміст теоретичних запитань та практичних завдань, використовуючи при цьому обов'язкову літературу, розв'язує задачі стандартним способом, послуговується науковою термінологією. Але при висвітленні деяких питань не вистачає достатньої глибини та аргументації, допускаються при цьому окремі неістотні неточності та незначні помилки.
3 бали	Оцінюється робота студента, який відтворює значну частину навчального матеріалу, висвітлює його основний зміст, виявляє елементарні знання окремих положень, записує основні формули, рівняння, закони. Не здатний до глибокого, всебічного аналізу, обґрунтування та аргументації, не користується необхідною літературою, допускає істотні неточності та помилки.
2 бали	Оцінюється робота студента, який не володіє навчальним матеріалом у достатньому обсязі, проте фрагментарно, поверхово (без аргументації та обґрунтування) викладає окремі питання навчальної дисципліни, не розкриває зміст теоретичних питань і практичних завдань.
1 бал	Оцінюється робота студента, який не в змозі викласти зміст більшості питань теми та курсу, володіє навчальним матеріалом на рівні розпізнавання явищ, допускає істотні помилки, відповідає на запитання, що потребують однослівної відповіді.
0 балів	Оцінюється робота студента, який не володіє навчальним матеріалом та не в змозі його висвітлити, не розуміє змісту теоретичних питань та практичних завдань.

Критерії оцінювання індивідуальних завдань

Програма колоквиума

1. Визначення рангу матриці.
2. Метод окантування мінорів.
3. Перестановки. Інверсії.
4. Парність і непарність перестановки.
5. Обернена матриця.
6. Способи відшукання оберненої матриці.

7. Властивості визначників n -го порядку та їх. застосування при обчисленні визначників та розв'язанні систем лінійних алгебраїчних рівнянь.
8. Однорідні системи лінійних рівнянь.
9. Фундаментальна система розв'язків.

На індивідуальних заняттях створюються умови для якнайповнішої реалізації творчих можливостей студентів через індивідуально спрямований розвиток їх здібностей. Індивідуальні завдання для студентів, які

- мають низький рівень успішності – індивідуальне розв'язування вправ з використанням засобів допомоги ;
- мають середній рівень успішності – індивідуальне розв'язування вправ;
- мають високий рівень успішності – розв'язування вправ підвищеної складності, участь у студентських олімпіадах.

Вправи розв'язуються самостійно в поза аудиторний час в зошитах для індивідуальної роботи. Оцінка роботи здійснюється відповідною кількістю балів.

Критерії оцінювання індивідуальних завдань

Вид	Максимальна кількість балів
Індивідуальне науково-дослідне завдання	5
Виконання розрахункових робіт за темами	5
Опрацювання тем, винесених на самостійну підготовку, в т.ч. конспектування за заданим планом.	5

Критерії оцінювання модульної контрольної роботи

Проміжний контроль з означеного курсу проводиться у вигляді модульної контрольної роботи. Кожна з двох контрольних оцінюється за 10-бальною шкалою, і на основі середнього арифметичного здійснюється виведення остаточної оцінки за нижчеподаною таблицею. Критеріями оцінювання є: повнота відповіді, здатність критичного аналізу теоретичного матеріалу, вміння наводити аргументи та робити висновки.

Рівні навчальних досягнень	10-бальна шкала	Критерії оцінювання навчальних досягнень
Відмінний	9-10	може аргументовано обрати раціональний спосіб виконання завдання й оцінити результати власної практичної діяльності; виконує завдання, не передбачені навчальною програмою; вільно використовує знання для розв'язання поставлених перед ним завдань
Достатній	7-8	за зразком самостійно виконує практичні завдання, передбачені програмою; має стійкі навички виконання завдання
Задовільний	6	має елементарні, нестійкі навички виконання завдань
Незадовільний	1-5	планує та виконує частину завдання за допомогою викладача

Критерії оцінювання під час підсумкового контролю

Оцінка за I семестр з дисципліни «Лінійна алгебра» виставляється після закінчення її вивчення (до початку екзаменаційної сесії) за результатами поточного (ваговий коефіцієнт – 0,7) та проміжного (ваговий коефіцієнт – 0,3) контролю. При цьому обов'язкової присутності здобувачів вищої освіти під час заліку не передбачено.

Семестровий екзамен у II семестрі проводиться в період екзаменаційної сесії. Оцінка за семестр з дисципліни «Лінійна алгебра» виставляється після закінчення її вивчення за результатами поточного (ваговий коефіцієнт – 0,4), проміжного (ваговий коефіцієнт – 0,1) та підсумкового контролю (ваговий коефіцієнт – 0,5).

Екзаменаційний білет містить 2 теоретичні питання і 3 практичні завдання. Кожне питання і завдання оцінюється в 10 балів.

Шкала та схема формування підсумкової оцінки
 Переведення підсумкового балу за 100-бальною шкалою оцінювання в підсумкову оцінку за традиційною шкалою

Сума балів	Оцінка за національною шкалою	
	залік	екзамен
90-100	о	відмінно
70-89		добре
51-69		задовільно
1-50	не зараховано	незадовільно

Схема розподілу балів залік

Максимальна кількість балів	70 балів (поточний контроль) – середньозважений бал оцінок за відповіді на семінарських заняттях та виконання індивідуальних завдань, який переводиться у 100-бальну шкалу з ваговим коефіцієнтом 0,7	30 балів (проміжний контроль) – за результатами виконання модульної контрольної роботи
Мінімальний пороговий рівень	35 балів (поточний контроль)	16 балів (проміжний контроль)

екзамен

Максимальна кількість балів	40 балів (поточний контроль) – середньозважений бал оцінок за відповіді на семінарських заняттях та виконання індивідуальних завдань, який переводиться у 100-бальну шкалу з ваговим коефіцієнтом 0,4	10 балів (проміжний контроль) – за результатами виконання модульної контрольної роботи	50 балів (підсумковий контроль) – за результатами відповідей на екзамені
Мінімальний пороговий рівень	20 балів (поточний контроль)	6 балів (проміжний контроль)	25 балів (підсумковий контроль)

Викладач


(підпис)

Я.А.Воробйов
(ПІБ)

Затверджено на засіданні кафедри математики, інформатики та інформаційної діяльності протокол № ____ від «__» _____ 202 р.

Завідувач кафедри
(підпис)

(ПІБ)