



МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ІЗМАЇЛЬСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ГУМАНІТАРНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

СИЛАБУС
навчальної дисципліни

ДИФЕРЕНЦІАЛЬНА ГЕОМЕТРІЯ І ТОПОЛОГІЯ
(назва)

1. Основна інформація про дисципліну

Тип дисципліни: обов'язкова Форма навчання: денна, заочна
Освітній ступінь: БАКАЛАВР
Галузь знань: 01 Освіта/Педагогіка
Спеціальність: 014 Середня освіта
Освітня програма: Середня освіта: математика
Рік навчання: 3 Семестр: VI
Кількість кредитів (годин): 4 (120 год.: 22/4 - лекції; 24/8 - практичні; 2-консультації;
72/108 - самостійна робота)
Мова викладання: українська

Посилання на курс в онлайн-платформі Moodle:
<http://moodle.idgu.edu.ua/moodle/course/view.php?id=1548>

2. Інформація про викладача (викладачів)

ПІБ: Щоголеєва Тетяна Миколаївна
Науковий ступінь, вчене звання, посада: викладач
Кафедра: математики, інформатики та інформаційної діяльності
Робочій e-mail: dgannnn7@gmail.com
Години консультацій на кафедрі: середа 15.00 – 16.00

3. Опис та мета дисципліни

Курс “Диференціальна геометрія і топологія” повинен сформувати у майбутнього вчителя математики поняття кривої та поверхні з точки зору векторного аналізу. Викладання цього курсу забезпечує вирішення завдань загальноосвітньої, методичної підготовки майбутнього фахівця. Диференціальна геометрія і елементи топології є важливою математичною дисципліною, оскільки вона тісно пов'язана з багатьма іншими галузями математики (математичним аналізом, функціональним аналізом, алгеброю та ін.). Цей курс покликаний розвинути у майбутнього вчителя математики просторову уяву у взаємозв'язку з аналітичними методами, з груповою і структурною точками зору на геометрію, сформувати достатньо широкий погляд на геометрію кривих та поверхонь, виходячи з понять топологічного простору та топологічного многовиду. Студенти повинні глибоко зрозуміти різні означення кривих та поверхонь, різні способи їх аналітичного визначення, задачі внутрішньої геометрії поверхні.

Мета та цілі курсу. Основними завданнями вивчення дисципліни “Диференціальна геометрія і топологія” є забезпечення вирішення завдань загальноосвітньої, методологічної та професійної підготовки майбутніх учителів математики. Програма курсу диференціальної геометрії і топології визначає обсяг знань, необхідних для фахової підготовки вчителя математики середньої школи. Вивчення курсу має за мету ґрунтовну математичну підготовку бакалаврів, розвиток їх логічного мислення, глибоке наукове обґрунтування

фундаментальних понять курсу; оволодіння математичними методами пізнання навколишнього світу.

4. Результати навчання

Згідно вимог освітньо-професійної програми студенти повинні:

1. знати:

- структуру дисципліни “Диференціальна геометрія і елементи топології”, її місце в системі сучасних наук;
- поняття евклідової геометрії,
- геометрії Лобачевського та сферичної геометрії;
- аналітичне визначення кривих і поверхонь в трьохвимірному просторі та їх властивості;
- елементи внутрішньої геометрії поверхні;
- основну вектор-функцію поверхні як лінійний та симетричний оператор, що діє у двовимірному векторному просторі;
- топологічні многовиди та їх властивості;

2. вміти:

- застосовувати методи математичного аналізу до розв’язання задач з геометрії;
- будувати годографи векторних функцій;
- складати векторні рівняння кривих і поверхонь;
- складати параметричні рівняння кривих і поверхонь;
- записувати рівняння елементів супровідного тригранника кривої;
- знаходити кривину і скрут кривої в заданій точці;
- записувати першу та другу квадратичну форми поверхні;
- застосовувати першу та другу квадратичні форми поверхні до розв’язування задач;
- знаходити повну (гаусову) кривину поверхні в точці;
- знаходити головні кривини та головні напрямки поверхні;
- встановлювати типи точок на поверхні; - знаходити ейлерову характеристику клітчастих многовидів.

3. Комунікація:

- здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу;
- здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях; знання й розуміння предметної області та професійної діяльності;
- здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями;
- здатність до пошуку, обробки та аналізу інформації з різних джерел;
- здатність формулювати проблеми математично та в символній формі з метою спрощення їхнього аналізу й розв’язання;
- здатність до кількісного мислення; здатність розробляти і досліджувати математичні моделі явищ, процесів та систем.

4. Автономність та відповідальність:

- здатність працювати автономно;
- визначеність і наполегливість щодо поставлених завдань і взятих обов’язків;

5. Структура дисципліни

Денна форма

Перелік питань/завдань, що виносяться на обговорення/опрацювання	Рекомендовані джерела, допоміжні матеріали та ресурси
1. Теорія кривих у просторі та на площині	
Лекція (2 год.): <i>Векторні функції скалярного аргументу.</i> Векторна функція скалярного аргументу. Границя, неперервність, техніка диференціювання. Годограф. Похідна векторфункції сталого модуля. Швидкість обертання одиничної вектор-функції. Ряд Тейлора	1. О.А.Борисенко. Диференціальна геометрія та топологія. Х. 1995. [с.3-17, 21-30]. https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/f/f2/%D0%9E.%D0%90.%D0%91%D0%BE%D1%80%D0%B8%D1%81%D0%B5%D0%BD%D0%BA%D0%BE_%D0%94%D0%B8%D

<p>Практична роб. (2 год). Вектор-функції скалярного аргументу. Означення векторних функцій. Приклади. Годограф. Границя, неперервність, похідна. Властивості границь, похідної. Ряд Тейлора. Самост.роб. Побудова кривої Пеана. Складання параметричних рівнянь кривої. Властивості операцій з вектор-функцією. Визначення класу регулярності кривої. Перевірка кривих на еквівалентність. Складання рівняння дотичної. Лекція (4 год.): <u>Поняття кривої.</u> Звичайні та особливі точки. Поведінка кривої в околі довільної точки в плоскому випадку. Дотична пряма та нормальна площина до кривої, що задана різними способами, в звичайних та особливих точках. Довжина дуги кривої. Природна параметризація. Порядок дотику кривих. Практична роб. (2 год.): Криві в просторі. Звичайні та особливі точки. Достатня умова звичайної точки. Геометричний зміст похідної. Поведінка плоскої кривої в околі довільної точки. Практична роб. (2 год.): Криві в просторі. Поняття про порядок дотику кривих. Природна параметризація. Довжина дуги. Дотична пряма і нормальна площина до кривої в просторі Сам. роб. Знаходження довжин кривих. Складання рівнянь ребер та граней тригранника Сере-Френе. Знаходження натуральної параметризації. Знаходження базису Френе Лекція (2 год.): Тригранник Френе. Супровідний тригранник просторової кривої та рівняння його елементів. Формули Френе. Кривина та скрут. Обчислювальні формули. Практична роб. (2 год) Формули Френе. Кривина та скрут. Стична площина просторової кривої. Тригранник Френе. Формули Френе. Обчислювальні формули для кривини та скруту. Геометричний зміст кривини та скруту. Лекція (2 год.): Плоскі криві Стичне коло. Еволюта та евольвента. Натуральні рівняння плоских кривих. Обвідна сімейства плоских кривих. Практична роб. (2 год). Стичне коло. Плоскі криві. Еволюта та евольвента. Натуральне рівняння кривої. Сам. роб. Знаходження кривини, скрута та натурального рівняння кривої Застосування формул Френе.</p>	<p>1%84%D0%B5%D1%80%D0%B5%D0%BD%D1%86%D1%96%D0%B0%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D0%B0_%D0%B3%D0%B5%D0%BE%D0%BC%D0%B5%D1%82%D1%80%D1%96%D1%8F_%D1%96_%D1%82%D0%BE%D0%BF%D0%BE%D0%BB%D0%BE%D0%B3%D1%96%D1%8F.pdf 2. Н. И. Кованцов, Г. М. Зражевская, В. Г. Кочаровский, В. И. Михайловский, Дифференциальная геометрия, топология, тензорный анализ. Сб. задач, К., 1989. [с.3-27]. 3. А. С. Мищенко, А. Т. Фоменко, Курс дифференциальной геометрии и топологии, М, 1980. [с.8-15, 21-24, 156-184]. 4. О.О.Пришляк. Диференціальна геометрія. К. 2004. - [с.3-5, 57-59]. https://www.imath.kiev.ua/~prish/stud/Prish-DG.pdf 5. А.О.Иванов, А.А.Тужилин. Лекции по классической дифференциальной геометрии. [с.3-27, 8-11, 24-26]. https://studizba.com/files/show/pdf/38354-1-term1.html 6. Теорія кривих і поверхонь для геоінформатиків : навч. посібник / А. І. Колосов, А. В. Якунін ; Харків. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова. – Харків : ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2019. – 172 с http://eprints.kname.edu.ua/53230/1/2018%20%D0%BF%D0%B5%D1%87%208%D0%9D%20%D0%A2%D0%B5%D0%BE%D1%80_%D0%BA%D1%80%D0%B8%D0%B2_i_%D0%BF%D0%BE%D0%B2%D0%B5%D1%80%D1%85_%D0%BE%D0%B4%D0%BD_%D1%84%D0%B0%D0%B9%D0%BB%D0%BE%D0%BC.pdf 7. http://prima.lnu.edu.ua/faculty/mechmat/Departments/Topology/Gutik.files/DyfGeom.pdf</p>
2. Основи теорії елементарних поверхонь та елементи топології	
Лекція (2 год) <u>Поняття поверхні.</u> Елементарні поверхні. Координатна сітка. Дотична площина	1. О.А.Борисенко. Диференціальна геометрія та топологія. Х. 1995. [с.214-227, 231-235,

і нормаль до поверхні, заданої векторним рівнянням.

Лекція (2 год) Перша квадратична форма поверхні. Її застосування до обчислення довжини дуги кривої на поверхні, кута між такими кривими та площі куска поверхні.

Практична роб. (4 год) Поняття елементарної поверхні. Перша квадратична форма.

Векторне рівняння елементарної поверхні. Координатна сітка. Дотична площина і нормаль до поверхні. Перша квадратична форма та її застосування

Лекція (2 год) Друга квадратична форма поверхні Кривина кривої на поверхні. Теорема Меньє.

Практична роб. (2 год) Друга квадратична форма. Означення та подання другої квадратичної форми у вигляді скалярного добутку. Основна формула для кривини кривої на поверхні. Теорема Меньє та наслідок з неї.

Самостійна роб. Критерії неперервності. Доведення негомеоморфності просторів. Перевірка букв алфавіту на гомеоморфність.

Лекція (2 год). Головні кривини. Гаусова кривина. Основна векторфункція поверхні. Головні напрямки та головні кривини. Теорема Ейлера. Теорема Родріга. Обчислення головних напрямків. Гаусова кривина. Типи точок на поверхні.

Лекція (2 год). Основні поняття. Топологічні простори. Неперервні відображення і гомеоморфізми. Топологічні многовиди. Клітчасті многовиди. Ейлерова характеристика. Орієнтовані та неорієнтовані многовиди. Многогранники. Лист Мьобіуса.

Практична роб. (4 год) Головні кривини. Гаусова кривина поверхні. Формула Ейлера, Теорема Родріга. Основна вектор-функція поверхні. Головні напрямки та головні кривини. Обчислення головних напрямків та головних кривин. Гаусова кривина поверхні. Типи точок на поверхні. Лінії кривини та асимптотичні лінії.

Самостійна роб. Дослідження властивостей локально-компактних просторів. Побудова компактифікацій. Знаходження гомотопії між відображеннями. Перевірка просторів на гомотопічну еквівалентність. Стяжні простори.

Лекція (2 год). Криві та поверхні в топологічних многовидах. Занурення і вкладення. Криві та поверхні в топологічних многовидах як відображення спеціального виду.

Самостійна роб. Канторова множина і нескінчений добуток двоточкової множини.

240-249].

<https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/f/f2/%D0%9E.%D0%90.%D0%91%D0%BE%D1%80%D0%B8%D1%81%D0%B5%D0%BD%D0%BA%D0%BE%D0%94%D0%B8%D1%84%D0%B5%D1%80%D0%B5%D0%BD%D1%86%D1%96%D0%B0%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D0%B0%D0%B3%D0%B5%D0%BE%D0%BC%D0%B5%D1%82%D1%80%D1%96%D1%8F%D1%96%D1%82%D0%BE%D0%BF%D0%BE%D0%BB%D0%BE%D0%B3%D1%96%D1%8F.pdf>

2. Н. И. Кованцов, Г. М. Зражевская, В. Г. Кочаровский, В. И. Михайловский, Дифференциальная геометрия, топология, тензорный анализ. Сб. задач, К., 1989.

3. А. С. Мищенко, А. Т. Фоменко, Курс дифференциальной геометрии и топологии, М, 1980. [с.64-78].

4. О.О.Пришляк. Дифференціальна геометрія. К. 2004. - [с.23-29, 32-34].

<https://www.imath.kiev.ua/~prish/stud/Prish-DG.pdf>

5. А.О.Иванов, А.А.Тужилин. Лекции по классической дифференциальной геометрии. [с.146-161].

<https://studizba.com/files/show/pdf/38354-1-term1.html>

6. Теорія кривих і поверхонь для геоінформатиків : навч. посібник / А. І. Колосов, А. В. Якунін ; Харків. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова. – Харків : ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2019. – 172 с

http://eprints.kname.edu.ua/53230/1/2018%20%D0%BF%D0%B5%D1%87%208%D0%9D%20%D0%A2%D0%B5%D0%BE%D1%80%D0%BA%D1%80%D0%B8%D0%B2_i_%D0%BF%D0%BE%D0%B2%D0%B5%D1%80%D1%85%D0%BE%D0%B4%D0%BD_%D1%84%D0%B0%D0%B9%D0%BB%D0%BE%D0%BC.pdf

7. <http://prima.lnu.edu.ua/faculty/mechmat/Departments/Topology/Gutik.files/DyfGeom.pdf>

8.

Дослідження властивостей компактних просторів.	
--	--

Заочна форма

Перелік питань/завдань, що виносяться на обговорення/опрацювання	Рекомендовані джерела, допоміжні матеріали та ресурси
1. Теорія кривих у просторі та на площині	
<p>Самостійна робота: <u>Векторні функції скалярного аргументу.</u> Векторна функція скалярного аргументу. Границя, неперервність, техніка диференціювання. Годограф. Похідна векторфункції сталого модуля. Швидкість обертання одиничної вектор-функції. Ряд Тейлора</p> <p>Лекція (2 год.): <u>Поняття кривої.</u> Звичайні та особливі точки. Поведінка кривої в околі довільної точки в плоскому випадку. Дотична пряма та нормальна площина до кривої, що задана різними способами, в звичайних та особливих точках. Довжина дуги кривої. Природна параметризація. Порядок дотику кривих.</p> <p>Практична роб. (2 год.): Криві в просторі. Звичайні та особливі точки. Достатня умова звичайної точки. Геометричний зміст похідної. Поведінка плоскої кривої в околі довільної точки. Поняття про порядок дотику кривих. Природна параметризація. Довжина дуги. Дотична пряма і нормальна площина до кривої в просторі</p> <p>Самостійна робота: <u>Тригранник Френе</u> . Супровідний тригранник просторової кривої та рівняння його елементів. Формули Френе. Кривина та скрут. Обчислювальні формули.</p> <p>Практична роб. (2 год) Формули Френе. Кривина та скрут. Стична площина просторової кривої. Тригранник Френе. Формули Френе. Обчислювальні формули для кривини та скруту. Геометричний зміст кривини та скруту.</p> <p>Сам. роб. Знаходження кривини, скрута та натурального рівняння кривої Застосування формул Френе.</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. О.А.Борисенко. Диференціальна геометрія та топологія. Х. 1995. [с.3-17, 21-30]. 2. https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/f/f2/%D0%9E.%D0%90.%D0%91%D0%BE%D1%80%D0%B8%D1%81%D0%B5%D0%BD%D0%BA%D0%BE%D0%94%D0%B8%D1%84%D0%B5%D1%80%D0%B5%D0%BD%D1%86%D1%96%D0%B0%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D0%B0%D0%B3%D0%B5%D0%BE%D0%BC%D0%B5%D1%82%D1%80%D1%96%D1%8F%D1%96%D1%82%D0%BE%D0%BF%D0%BE%D0%BB%D0%BE%D0%B3%D1%96%D1%8F.pdf 3. Н. И. Кованцов, Г. М. Зражевская, В. Г. Кочаровский, В. И. Михайловский, Дифференциальная геометрия, топология, тензорный анализ. Сб. задач, К., 1989. [с.3-27]. 4. А. С. Мищенко, А. Т. Фоменко, Курс дифференциальной геометрии и топологии, М, 1980. [с.8-15, 21-24, 156-184]. 5. О.О.Пришляк. Диференціальна геометрія. К. 2004. - [с.3-5, 57-59]. 6. https://www.imath.kiev.ua/~prish/stud/Prish-DG.pdf 7. А.О.Иванов, А.А.Тужилин. Лекции по классической дифференциальной геометрии. [с.3-27, 8-11, 24-26]. 8. https://studizba.com/files/show/pdf/38354-1-term1.html 9. Теорія кривих і поверхонь для геоінформатиків : навч. посібник / А. І. Колосов, А. В. Якунін ; Харків. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова. – Харків : ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2019. – 172 с 10. http://eprints.kname.edu.ua/53230/1/2018%D0%BF%D0%B5%D1%87%20%D0%9D%20%D0%A2%D0%B5%D0%BE%D1%80%D0%BA%D1%80%D0%B8%D0%B2%20%D0%BF%D0%BE%D0%B2%D0%B5%D1%80%D1%85%20%D0%BE%D0%B4%D0%BD%20%D1%84%D0%B0%D0%B9%D0%BB%D0%BE%D0%BC.pdf 11. http://prima.lnu.edu.ua/faculty/mechmat/Departments/Topology/Gutik.files/DyfGeom.pdf

12. 2. Основи теорії елементарних поверхонь та елементи топології

Самостійна робота Поняття поверхні.
Елементарні поверхні. Координатна сітка. Дотична площина і нормаль до поверхні, заданої векторним рівнянням.

Перша квадратична форма. поверхні. Її застосування до обчислення довжини дуги кривої на поверхні, кута між такими кривими та площі куска поверхні.

Практична роб. (2 год) Поняття елементарної поверхні. Перша квадратична форма.

Векторне рівняння елементарної поверхні. Координатна сітка. Дотична площина і нормаль до поверхні. Перша квадратична форма та її застосування

Самостійна робота Друга квадратична форма. поверхні Кривина кривої на поверхні. Теорема Меньє.

Головні кривини. Гаусова кривина. Основна векторфункція поверхні. Головні напрямки та головні кривини. Теорема Ейлера. Теорема Родріга. Обчислення головних напрямків. Гаусова кривина. Типи точок на поверхні.

Основні поняття. Топологічні простори. Неперервні відображення і гомеоморфізми. Топологічні многовиди. Клітчасті многовиди. Ейлерова характеристика. Орієнтовані та неорієнтовані многовиди. Многогранники. Лист Мьобіуса.

Лекція (2 год). Криві та поверхні в топологічних многовидах. Занурення і вкладення. Криві та поверхні в топологічних многовидах як відображення спеціального виду.

1. О.А.Борисенко. Диференціальна геометрія та топологія. Х. 1995. [с.214-227, 231-235, 240-249].

2. https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/f/f2/%D0%9E.%D0%90.%D0%91%D0%BE%D1%80%D0%B8%D1%81%D0%B5%D0%BD%D0%BA%D0%BE_%D0%94%D0%B8%D1%84%D0%B5%D1%80%D0%B5%D0%BD%D1%86%D1%96%D0%B0%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D0%B0_%D0%B3%D0%B5%D0%BE%D0%BC%D0%B5%D1%82%D1%80%D1%96%D1%8F_%D1%96_%D1%82%D0%BE%D0%BF%D0%BE%D0%BB%D0%BE%D0%B3%D1%96%D1%8F.pdf

3. Н. И. Кованцов, Г. М. Зражевская, В. Г. Кочаровский, В. И. Михайловский, Дифференциальная геометрия, топология, тензорный анализ. Сб. задач, К., 1989.

4. А. С. Мищенко, А. Т. Фоменко, Курс дифференциальной геометрии и топологии, М, 1980. [с.64-78].

5. О.О.Пришляк. Диференціальна геометрія. К. 2004. - [с.23-29, 32-34].

6. <https://www.imath.kiev.ua/~prish/stud/Prish-DG.pdf>

7. А.О.Иванов, А.А.Тужилин. Лекции по классической дифференциальной геометрии. [с.146-161].

8. <https://studizba.com/files/show/pdf/38354-1-term1.html>

9. Теорія кривих і поверхонь для геоінформатиків : навч. посібник / А. І. Колосов, А. В. Якунін ; Харків. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова. – Харків : ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2019. – 172 с

10. <http://prima.lnu.edu.ua/faculty/mechmat/Departments/Topology/Gutik.files/DyfGeom.pdf>

6. Політика курсу

Політика щодо відвідування навчальних занять.

Згідно з «Положенням про порядок оцінювання рівня навчальних досягнень студентів в умовах ЄКТС в ІДГУ» студенти мають обов'язково бути присутніми на практичних заняттях. Студент, який з поважних причин, підтверджених документально, був відсутній на практичному занятті, має право на відпрацювання у двотижневий термін після повернення до навчання. Студент, який не використав надане йому право у встановлений термін або пропустив заняття без поважних причин, отримує за кожне пропущення заняття 0 балів. Студенти, які навчаються за індивідуальним графіком, мають в повному обсязі виконати додаткові індивідуальні завдання, попередньо узгодивши їх з викладачем. Присутність на модульній контрольній роботі є обов'язковою. У випадку відсутності студента на проміжному контролі з поважної причини, підтвердженої документально, йому призначається інша дата складання модульної контрольної роботи.

Політика академічної доброчесності.

Студенти мають дотримуватись правил академічної доброчесності відповідно до «Кодексу академічної доброчесності ІДГУ». Наявність академічного плагіату в студентських роботах є підставою для виставлення негативної оцінки. Списування студентів під час проведення модульної контрольної роботи є підставою для дострокового припинення її складання та виставлення негативної оцінки.

7. Проміжний і підсумковий контроль

Форма проміжного контролю

Модульна контрольна робота (середнє значення за результатами двох контрольних робіт, кожне завдання по 2 бали.).

Зразок контрольної роботи №1

1. Довести, що годографом вектор-функції $\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{r}_1 \cos t + \vec{r}_2 \sin t$ є еліпс, якщо $\vec{r}_0, \vec{r}_1, \vec{r}_2$ – сталі вектори, і \vec{r}_1 та \vec{r}_2 – неколінеарні.
2. Показати, що проекція “ординати” довільної точки ланцюгової лінії $y = ach \frac{x}{a}$ на нормаль у цій точці є величина стала.
3. Написати параметричні рівняння ланцюгової лінії, прийнявши за параметр довжину дуги, що відраховується від вершини цієї лінії.
4. Знайти рівняння еволюти еліпса.
5. Записати рівняння нормальної площини в довільній точці кривої

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ y^2 + z^2 = 1. \end{cases}$$

Зразок контрольної роботи №2

1. Довести, що дотичні площини до поверхні $xyz = a^3$ утворюють разом з координатними площинами тетраедр сталого об'єму.
2. Знайти рівняння нормалі до поверхні
$$\begin{cases} x = u + v, \\ y = u - v, \\ z = uv \end{cases}$$
 в точці $M(u = 2, v = 1)$.
3. Знайти одну зі сторін та один із кутів криволінійного трикутника $u = \pm \frac{1}{2}av^2$, $v = 1$, розміщеного на поверхні, в якій
$$ds^2 = du^2 + (u^2 + a^2)dv^2.$$
4. Обчислити головні кривини поверхні $x = yz$ у точці $M(1;1;1)$.
5. Знайти геометричне місце гіперболічних точок на поверхні
$$x = u + v, \quad y = uv, \quad z = u^3 + v^3.$$

Форма підсумкового контролю – екзамен.

Перелік питань для підготовки до екзамену

Теорія кривих на площині та у площині

1. Диференціальні рівняння першого порядку.
2. Задача Коші. Теорема існування і єдиності розв'язку задачі Коші.
3. Загальний і частинний розв'язок, загальний і частинний інтеграл диференціального рівняння першого порядку.
4. Рівняння з відокремлюваними змінними, однорідні та звідні до однорідних.
5. Лінійні рівняння першого порядку, рівняння Бернуллі.
6. Рівняння у повних диференціалах, інтегрувальний множник.
7. Диференціальні рівняння вищих порядків.
8. Задача Коші. Теорема існування і єдиності розв'язку задачі Коші.

9. Загальний і частинний розв'язок, загальний і частинний інтеграл.
10. Рівняння виду $y(n) = f(x)$ та рівняння, які допускають пониження порядку.
11. Лінійні диференціальні рівняння вищих порядків однорідні і неоднорідні.
12. Структура загального розв'язку. Метод Лагранжа варіації довільних сталих.
13. Лінійні однорідні диференціальні рівняння із сталими коефіцієнтами.
14. Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння із сталими коефіцієнтами та правою частиною спеціального виду.
15. Нормальні системи диференціальних рівнянь.
16. Задача Коші. Теорема існування і єдності розв'язку задачі Коші. Загальний і частинний розв'язок. Метод виключення.
17. Нормальні системи лінійних однорідних диференціальних рівнянь із сталими коефіцієнтами.
18. Розв'язування за допомогою характеристичного рівняння.

Плоскі криві

20. Стичне коло плоскої кривої. Центр і радіус кривини.
21. Еволюта та її властивості.
22. Евольвента та її властивості.
23. Натуральне рівняння плоскої кривої. Основні теореми.

Елементи теорії поверхонь

25. Поняття поверхні. Елементарні поверхні. Координатна сітка.
26. Звичайні точки. Проста параметризація. Еквівалентні параметризації.
27. Дотична площина і нормаль до елементарної поверхні.
28. Перша квадратична форма. Довжина дуги кривої на поверхні.
29. Кут між кривими на поверхні. Кут між координатними лініями.
30. Площа куска поверхні.
31. Друга квадратична форма та обчислення її коефіцієнтів.
32. Подання другої квадратичної форми у вигляді скалярного добутку.
33. Основна формула для кривини кривої на поверхні.
34. Теорема Мен'є.
35. Основна вектор-функція поверхні. Її існування та симетричність.
36. Власні напрямки та власні значення. Теорема про їх існування у симетричній вектор-функції.
37. Основна вектор-функція поверхні. Головні напрямки.
38. Теорема Ейлера. Головні кривини.
39. Формули Родріга. Обчислення головних кривин.
40. Обчислення головних напрямків.
41. Гаусова та середня кривини поверхні та їх обчислення. Типи точок на поверхні.
42. Лінії кривини. Умови їх співпадання з координатною сіткою.
43. Асимптотичні лінії. Умови їх співпадання з координатною сіткою.
44. Геодезичні лінії. Теорема Гауса-Бонне (без доведення) та наслідки з неї.

Елементи топології

46. Поняття топологічного простору. Зв'язок з метричним. Приклади.
 47. Поняття топологічного многовиду.
 48. Сфера як двовимірний топологічний многовид.
 49. Неперервні відображення та гомеоморфізми топологічних просторів. Збереження топології при гомеоморфізмі.
 50. Критерій неперервності відображення. Необхідна і достатня умова відкритості множини в топологічному просторі.
 51. Вкладення та занурення. Поняття кривої в топологічному многовиді. Приклади.
 52. Поняття поверхні в топологічному многовиді. Приклади.
- Клітчасті многовиди. Теорема Ейлера. Орієнтовані та неорієнтовані многовиди. Приклади.

8. Критерії оцінювання результатів навчання
Шкала та схема формування підсумкової оцінки

Переведення підсумкового балу за 100-бальною шкалою оцінювання в підсумкову оцінку за традиційною шкалою

Сума балів	Оцінка за національною шкалою
90-100	<i>відмінно</i>
70-89	<i>добре</i>
51-69	<i>задовільно</i>
1-50	<i>незадовільно</i>

Підсумковий бал з навчальної дисципліни виставляється за результатами поточного, проміжного та підсумкового контролю. Під час поточного контролю оцінюються відповіді студента на семінарських заняттях та результати самостійної роботи. Нарахування балів за поточний контроль відбувається відповідно до «Положення про порядок оцінювання рівня навчальних досягнень студентів в умовах ЄКТС в ІДГУ» http://idgu.edu.ua/wp-content/uploads/2020/09/polozhennja_pro_porjadok_ocinjuvannja_rivnja_navchalnyh_dosjahrenn_z_i_zminamy-vid-28.08.2020-protokol-1.pdf.

Схема розподілу балів

Максимальна кількість балів	40 балів (поточний контроль) – середньозважений бал оцінок за відповіді на семінарських заняттях та виконання індивідуальних завдань, який переводиться у 100-бальну шкалу з ваговим коефіцієнтом.0,4	10 балів (проміжний контроль) – за результатами виконання модульної контрольної роботи	50 балів (підсумковий контроль) – за результатами відповідей на екзамені
Мінімальний пороговий рівень	20 балів (поточний контроль)	6 балів (проміжний контроль)	25 балів (підсумковий контроль)

Критерії оцінювання під час аудиторних занять

Досягнення студентів на семінарських заняттях, а також виконані ними індивідуальна та самостійна роботи оцінюються за шкалою від «0» до «5».

Оцінка	Критерії оцінювання навчальних досягнень
5 балів	Оцінюється робота студента, який у повному обсязі володіє навчальним матеріалом, вільно, самостійно та аргументовано його викладає, глибоко та всебічно розкриває зміст теоретичних запитань та практичних завдань, використовуючи при цьому обов'язкову та додаткову літературу, вільно послуговується науковою термінологією, розв'язує задачі стандартним або оригінальним способом, наводить аргументи на підтвердження власних думок, здійснює аналіз та робить висновки.
4 бали	Оцінюється робота студента, який достатньо повно володіє навчальним матеріалом, обґрунтовано його викладає, в основному розкриває зміст теоретичних запитань та практичних завдань, використовуючи при цьому обов'язкову літературу, розв'язує задачі стандартним способом, послуговується науковою термінологією. Але при висвітленні деяких питань не вистачає достатньої глибини та аргументації, допускаються при цьому окремі неістотні неточності та незначні помилки.
3 бали	Оцінюється робота студента, який відтворює значну частину навчального матеріалу, висвітлює його основний зміст, виявляє елементарні знання окремих положень, записує основні формули, рівняння, закони. Не здатний до глибокого, всебічного аналізу, обґрунтування та аргументації, не користується необхідною літературою, допускає істотні неточності та помилки.
2 бали	Оцінюється робота студента, який не володіє навчальним матеріалом у

	достатньому обсязі, проте фрагментарно, поверхово (без аргументації та обґрунтування) викладає окремі питання навчальної дисципліни, не розкриває зміст теоретичних питань і практичних завдань.
1 бал	Оцінюється робота студента, який не в змозі викласти зміст більшості питань теми та курсу, володіє навчальним матеріалом на рівні розпізнавання явищ, допускає істотні помилки, відповідає на запитання, що потребують однослівної відповіді.
0 балів	Оцінюється робота студента, який не володіє навчальним матеріалом та не в змозі його висвітлити, не розуміє змісту теоретичних питань та практичних завдань.

Критерії оцінювання індивідуальних завдань

Вид	Максимальна кількість балів
Індивідуальне науково-дослідне завдання	5
Виконання розрахункових робіт за темами	5
Опрацювання тем, винесених на самостійну підготовку, в т.ч. конспектування за заданим планом.	5

Оцінювання *ІНДЗ* здійснюється за такими критеріями: правильність складання та оформлення, наявність всіх компонентів у вступі, відповідність вимогам академічного письма. Критеріями оцінювання *презентації* є повнота, технічна якість висвітлюваного матеріалу, рівень обізнаності студента в означеній проблемі. Критеріями оцінювання *анотування та реферування наукових праць* є вміння обирати головні тези зі статті, стисло описувати зміст та основні результати дослідження.

Критерії оцінювання модульної контрольної роботи

Проміжний контроль з означеного курсу проводиться у вигляді модульної контрольної роботи, яка оцінюється за 10-бальною шкалою. Кожне вірно розв'язане завдання оцінюється у 2 бали. Критеріями оцінювання є: логічність та правильність у розв'язуванні завдання, повнота відповіді, здатність критичного аналізу теоретичного матеріалу, вміння робити висновки.

Критерії оцінювання під час підсумкового контролю

Підсумковий контроль здійснюється в усній формі. Здобувачі освіти готуються до екзамену за переліком орієнтовних питань. Екзаменаційний білет складається з двох теоретичних та одного практичного завдання.

Критерії оцінювання під час підсумкового контролю

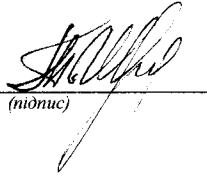
<i>«відмінно»</i>	ставиться за повні та міцні знання матеріалу в заданому обсязі, вміння вільно виконувати практичні завдання, передбачені навчальною програмою; за знання основної та додаткової літератури; за вияв креативності у розумінні і творчому використанні набутих знань та умінь.
<i>«добре»</i>	ставиться за вияв студентом повних, систематичних знань із дисципліни, успішне виконання практичних завдань, засвоєння основної та додаткової літератури, здатність до самостійного поповнення та оновлення знань. Але у відповіді студента наявні незначні помилки.
<i>«задовільно»</i>	ставиться за вияв знання основного навчального матеріалу в обсязі, достатньому для подальшого навчання і майбутньої фахової діяльності, поверхову обізнаність з основною і додатковою літературою, передбаченою навчальною програмою; можливі суттєві помилки у виконанні практичних завдань, але студент спроможний усунути їх із допомогою викладача.
<i>«незадовільно»</i>	виставляється студентові, відповідь якого під час відтворення основного програмового матеріалу поверхова, фрагментарна, що зумовлюється початковими уявленнями про предмет вивчення.

Максимальна кількість балів отриманих на екзамені становить 50 балів, мінімальна – 26 балів.

Критерії оцінювання під час підсумкового контролю

Підсумковий бал	Оцінка за традиційною шкалою
	екзамен
50-46	відміно
45-36	добре
35-26	задовільно
25-1	незадовільно

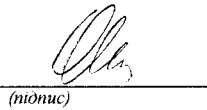
Викладач


(підпис)

Т.М. Щоголева
(ПІБ)

Затверджено на засіданні кафедри математики, інформатики та інформаційної діяльності
протокол № 1 від «30» 08 2022 р.

Завідувач кафедри


(підпис)

Івліśва О.М.
(ПІБ)