

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
ІЗМАЇЛЬСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ГУМАНІТАРНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
ФАКУЛЬТЕТ УПРАВЛІННЯ, АДМІНІСТРУВАННЯ ТА  
ІНФОРМАЦІЙНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ  
КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ, ІНФОРМАТИКИ ТА ІНФОРМАЦІЙНОЇ  
ДІЯЛЬНОСТІ

**РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ**

**ДИФЕРЕНЦІАЛЬНА ГЕОМЕТРІЯ І ТОПОЛОГІЯ**  
(назва навчальної дисципліни)

освітній ступінь \_\_\_\_\_ бакалавр  
(назва освітнього ступеня)

галузь знань \_\_\_\_\_ 01 Освіта / Педагогіка  
(шифр і назва галузі знань)

спеціальність \_\_\_\_\_ 014 Середня освіта  
(код і назва спеціальності)

предметна спеціальність \_\_\_\_\_ 014.04 Математика  
(код і назва предметної спеціальності)

освітня програма \_\_\_\_\_ Середня освіта: математика  
(назва освітньої програми)

тип дисципліни \_\_\_\_\_ обов'язкова  
(обов'язкова / вибіркова / факультативна)

**ПОГОДЖЕНО:**

Гарант освітньо-професійної програми

Івлієва О.М.

(підпис, ініціали, прізвище)**РЕКОМЕНДОВАНО:**

Кафедрою математики, інформатики та інформаційної діяльності

протокол № 1 від 30.08.21

Завідувач кафедри Івлієва О.М.

(підпис, ініціали, прізвище)**ПОГОДЖЕНО:**Голова ради з якості вищої освіти факультету  
управління, адміністрування та інформаційної діяльності

Драгієва Л.В.

(підпис, ініціали, прізвище)**Розробники програми:**кандидат фізико-математичних наук, доцент  
кафедри математики, інформатики та  
інформаційної діяльності Воробйов Я.А.**Рецензенти програми:**кандидат педагогічних наук, доцент кафедри  
математики, інформатики та інформаційної  
діяльності Івлєва О.М.

## 1. ОПИС ДИСЦИПЛІНИ

Найменування показників	Розподіл годин за навчальним планом	
	Денна	Заочна
<i>Кількість кредитів:</i> 4	<i>Лекції:</i>	
	22	4
<i>Модулів:</i> 2	<i>Практичні заняття:</i>	
<i>Загальна кількість годин:</i> 120	24	8
<i>Рік вивчення дисципліни за навчальним планом:</i> 3	<i>Лабораторні заняття:</i>	
	--	--
<i>Семестр:</i> 6	<i>Семінарські заняття:</i>	
	--	--
<i>Тижневе навантаження (год.):</i> 7	<i>Консультації:</i>	
- аудиторне: 3	2	-
- самостійна робота: 4	<i>Індивідуальні заняття:</i>	
<i>Форма підсумкового контролю:</i> екзамен	--	--
<i>Мова навчання:</i> українська	<i>Самостійна робота:</i>	
	72	108

## 2. МЕТА ДИСЦИПЛІНИ

**Предмет** вивчення навчальної дисципліни «Диференціальна геометрія та топологія», яка є частиною математики, займає в ній особливе місце як потужний інструмент дослідження основ математики та обґрунтування самої математичної науки.

**Міждисциплінарні зв'язки.** Перелік дисциплін, на які безпосередньо спирається вивчення даної дисципліни «Диференціальна геометрія і топологія» є опанування таких навчальних дисциплін освітньої програми: Математичний аналіз, Лінійна алгебра, Аналітична геометрія, Функціональний аналіз.

**Мета** викладання дисципліни «Диференціальна геометрія і топологія»: цей курс покликаний розвинути у майбутнього вчителя математики просторову уяву у взаємозв'язку з аналітичними методами, з груповою і структурною точками зору на геометрію, сформувати достатньо широкий погляд на геометрію кривих та поверхонь, виходячи з понять топологічного простору та топологічного многовиду. Студенти повинні глибоко зрозуміти різні означення кривих та поверхонь, різні способи їх аналітичного визначення, задачі внутрішньої геометрії поверхні.

**Основними завданнями** вивчення дисципліни «Диференціальна геометрія і топологія» є забезпечення вирішення завдань загальноосвітньої, методологічної та професійної підготовки майбутніх учителів математики. Програма курсу диференціальної геометрії і топології визначає обсяг знань, необхідних для фахової підготовки вчителя математики середньої школи. Вивчення курсу має за мету ґрунтовну математичну підготовку бакалаврів, розвиток їх логічного мислення, глибоке наукове обґрунтування фундаментальних понять курсу; оволодіння математичними методами пізнання навколошнього світу.

### **3. ОЧІКУВАНІ РЕЗУЛЬТАТИ НАВЧАННЯ**

#### **Для обов'язкових навчальних дисциплін**

Вивчення навчальної дисципліни передбачає формування та розвиток у студентів компетентностей та програмних результатів навчання відповідно до освітньо-професійної (освітньо-наукової) програми «Середня освіта: математика».

#### **Інформація про компетентності та відповідні їм програмні результати навчання за дисципліною**

Шифр	Назва
<b>Загальні компетентності (ЗК)</b>	
ЗК1.	Знання та розуміння предметної області та розуміння професійної діяльності.
ЗК 8	Здатність вчитися і оволодівати сучасними знаннями.
<b>Спеціальні (фахові, предметні) компетентності (СК)</b>	
СК 1.	Здатність формувати в учнів предметні компетентності.
СК 6.	Здатність використовувати системні знання з математики, педагогіки, методики навчання математики, історії їх виникнення та розвитку.
СК 8.	Здатність аналізувати математичну задачу, розглядати різні способи її розв'язування.
СК 10.	Здатність формувати в учнів переконання в необхідності обґрунтування гіпотез, розуміння математичного доведення.
<b>Програмні результати навчання (ПРН)</b>	
ПРН 1.	Демонструє знання з теоретичної та прикладної математики та методики її навчання.
ПРН 8.	Використовує різноманітні ресурси для пошуку потрібної інформації, критично аналізує й опрацьовує інформацію з метою використання її у навчальній і професійної діяльності із дотриманням принципів добросовісності та визнанням авторських прав.
ПРН 9.	Перетворює словесний матеріал у математичні моделі, створює математичні моделі об'єктів та процесів для розв'язування задач із різних предметних галузей засобами інформаційних технологій і програмування.
ПРН 18	Демонструє навички спілкування англійською мовою на рівні В2, оперує базовою міжнародною математичною термінологією, використовує засоби та ресурси з англійської мови.
ПРН 23	Здатний вчитися упродовж життя і вдосконалювати з високим рівнем автономності набуту під час навчання кваліфікацію.

#### **Матриця відповідності компетентностей результатам навчання за дисципліною**

Шифр компетентності	Результати навчання			
	Знання	Уміння	Комунікація	Автономність та відповідальність
ЗК 1.		ПРН 1	ПРН 18	ПРН 8
ЗК 2		ПРН 9		
ЗК 8.	ПРН 23		ПРН 18	
СК 1.				ПРН 8
СК 6.		ПРН 9	ПРН 18	
СК 8.		ПРН 1		ПРН 8
СК 10.	ПРН 23	ПРН 9	ПРН 1	

### ІІІ. Тематичний план дисципліни

№ з/п	Назви модулів / тем	Кількість годин (денна форма навчання)						Кількість годин (заочна форма навчання)					
		Аудиторні	Лекції	Семінарські (практичні)	Лабораторні	Консультації	Самостійна робота	Аудиторні	Лекції	Семінарські (практичні)	Лабораторні	Консультації	Самостійна робота
<b>1. Теорія кривих у просторі та на площині</b>													
1.1	Векторні функції скалярного аргументу.	4	2	2	-	-	6	-	-	-	-	-	10
1.2	Криві в просторі. Основні поняття.	4	2	2	-	-	6	2	2	-	-	-	8
1.3.	Довжина дуги кривої. Природна параметризація	4	2	2	-	-	6	2	-	2	-	-	8
1.4	Тригранник Френе.	4	2	2	-	-	6	-	-	-	-	-	10
1.5.	Кривина та скрут просторової кривої.	4	2	2	-	-	6	2	-	2	-	-	8
1.6.	Плоскі криві.	4	2	2	-	-	6	-	-	-	-	-	10
<b>Разом:</b>		<b>24</b>	<b>12</b>	<b>12</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>36</b>	<b>6</b>	<b>2</b>	<b>4</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>54</b>
<b>2. Основи теорії елементарних поверхонь та елементи топології</b>													
2.1	Поверхні. Криві на поверхні.	4	2	2	-	-	6	-	-	-	-	-	10
2.2	Перша квадратична форма поверхні.	4	2	2	-	-	6	2	-	2	-	-	8
2.3	Друга квадратична форма поверхні.	4	2	2	-	-	6	-	-	-	-	-	10
2.4	Основна вектор-функція поверхні	4	2	2	-	-	4	2	-	2	-	-	8
2.5	Головні кривини. Гаусова кривина поверхні.	3	1	2	-	-	6	-	-	-	-	-	10
2.6	Топологічні простори.	3	1	2	-	-	8	2	2	-	-	-	8
<b>Разом:</b>		<b>22</b>	<b>10</b>	<b>12</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>36</b>	<b>6</b>	<b>2</b>	<b>4</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>54</b>
<b>Консультація</b>		<b>2</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>2</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>-</b>
<b>УСЬОГО</b>		<b>48</b>	<b>22</b>	<b>24</b>	<b>-</b>	<b>2</b>	<b>72</b>	<b>12</b>	<b>4</b>	<b>8</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>108</b>

## 5. ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

### 5.1. Зміст навчальної дисципліни за темами

#### 1. Теорія кривих у просторі та на площині

Векторні функції скалярного аргументу. Векторна функція скалярного аргументу. Границя, неперервність, техніка диференціювання. Годограф. Похідна векторфункції сталого модуля. Швидкість обертання одиничної вектор-функції. Ряд Тейлора

Поняття кривої. Звичайні та особливі точки. Поведінка кривої в околі довільної точки в плоскому випадку. Дотична пряма та нормальні площини до кривої, що задана різними способами, в звичайних та особливих точках. Довжина дуги кривої. Природна параметризація. Порядок дотику кривих..

Тригранник Френе. Супровідний тригранник просторової кривої та рівняння його елементів. Формули Френе. Кривина та скрут. Обчислюальні формули.

Плоскі криві. Стичне коло. Еволюта та евольвента. Натуральні рівняння плоских кривих. Обвідна сімейства плоских кривих.

#### 2. Основи теорії елементарних поверхонь та елементи топології

Поняття поверхні. Елементарні поверхні. Координатна сітка. Дотична площа і нормаль до поверхні, заданої векторним рівнянням..

Перша квадратична форма. поверхні. Її застосування до обчислення довжини дуги кривої на поверхні, кута між такими кривими та площі куска поверхні. Основні властивості лінійних однорідних диференціальних рівнянь n-го порядку. Метод варіації сталих (метод Лагранжа).

Друга квадратична форма. поверхні Кривина кривої на поверхні. Теорема Меньє.

Головні кривини. Гаусова кривина. Основна векторфункція поверхні. Головні напрямки та головні кривини. Теорема Ейлера. Теорема Родріга. Обчислення головних напрямків. Гаусова кривина. Типи точок на поверхні.

Основні поняття. Топологічні простори. Неперервні відображення і гомеоморфізми. Топологічні многовиди. Клітчасті многовиди. Ейлерова характеристика. Орієнтовані та неорієнтовані многовиди. Многогранники. Лист Мьобіуса.

Криві та поверхні в топологічних многовидах. Занурення і вкладення. Криві та поверхні в топологічних многовидах як відображення спеціального виду.

### 5.2. Тематика практичних занять.

№ з/п	Теми практичних робіт	Кількість годин	
		дenna	заочна
1	<b>Вектор-функції скалярного аргументу.</b> Означення векторних функцій. Приклади. Годограф. Границя, неперервність, похідна. Властивості границь, похідної. Ряд Тейлора.	2	
2-3	<b>Криві в просторі.</b> Звичайні та особливі точки. Достатня умова звичайної точки. Геометричний зміст похідної. Поведінка плоскої кривої в околі довільної точки. Поняття про порядок дотику кривих. Природна параметризація. Довжина дуги. Дотична пряма і нормальні площини до кривої в просторі	4	2
4-5	<b>Тригранник Френе. Формули Френе.</b> Кривина та скрут. Стична площа просторової кривої. Тригранник Френе. Формули Френе. Обчислюальні формули для кривини та скруту. Геометричний зміст кривини та скруту.	4	2
6	<b>Стичне коло. Плоскі криві.</b> Еволюта та евольвента. Натуральне рівняння кривої	2	
7-8	<b>Поняття елементарної поверхні. Перша квадратична форма.</b> 1. Векторне рівняння елементарної поверхні. Координатна сітка. 2. Дотична площа і нормаль до поверхні. 3. Перша квадратична форма та її застосування	4	2
9	<b>Друга квадратична форма.</b> 1. Означення та подання другої квадратичної форми у вигляді скалярного добутку. 2. Основна	2	

	формула для кривини кривої на поверхні. 3. Теорема Меньє та наслідок з неї.		
<b>10-11</b>	<b>Головні кривини.</b> Гаусова кривина поверхні. Формула Ейлера, Теорема Родріга. Основна вектор-функція поверхні. Головні напрямки та головні кривини. Обчислення головних напрямків та головних кривин. Гаусова кривина поверхні. Типи точок на поверхні. Лінії кривини та асимптотичні лінії.	<b>4</b>	
<b>12</b>	<b>Топологічні простори.</b> Неперервні відображення і гомеоморфізми. Топологічні многовиди. Клітчасті многовиди. Ейлерова характеристика. Орієнтовані та неорієнтовані многовиди. Многогранники. Лист Мьобіуса.	<b>2</b>	<b>2</b>
	<b>Всього</b>	<b>24</b>	<b>8</b>

### 5.3. Організація самостійної роботи студентів.

№ з/п	Вид роботи	Кількість годин		Форми звітності
		денна	заочна	
1.	Опрацювання лекційного матеріалу	14	20	Відповіді на практичних заняттях
2.	Підготовка до практичних занять.	24	30	Відповіді на практичних заняттях
3	Підготовка до модульного контролю	4	10	Написання модульної контрольної роботи
4	Робота з Інтернет-ресурсами.	4	12	
5	Виконання контрольних робіт за темами.	10	14	Наявність робіт
6	Колоквіум	16	22	Конспект опрацьованих тем
	<b>Разом</b>	<b>72</b>	<b>108</b>	

### Тематика індивідуальних (групових) завдань Програма колоквіумів

Програма колоквіуму № 1.

#### I. КРИВІ В ТРИВИМІРНОМУ ПРОСТОРІ

1. Вектор-функції скалярного аргументу. Границя, неперервність, диференційовність.
2. Годограф вектор-функції скалярного аргументу. Звичайні точки. Проста дуга. Теорема про просту дугу. Еквівалентні параметризації.
3. Дві леми про вектор-функції скалярного аргументу.
4. Дотична до кривої в звичайній та в особливій точках.
5. Довжина дуги кривої. Природна параметризація.
6. Порядок дотику кривих.
7. Властивості точкових множин, заданих неявними рівняннями.
8. Дотична до кривої, що визначена системою рівнянь.
9. Стична площа на просторової кривої. Точки розп'рямлення.
10. Тригранник Френе. Його одиничні вектори.
11. Рівняння елементів тригранника Френе.
12. Кривина кривої. Умова виродження кривої в пряму.
13. Формули Френе.
14. Скрут. Його геометричний зміст. Умова сплощення кривої.
15. Обчислювальні формулі для кривини та скруту у випадку природної параметризації.
16. Обчислювальні формулі для кривини та скруту у випадку довільної параметризації.

#### II. ПЛОСКІ КРИВІ

1. Стичне коло плоскої кривої. Центр і радіус кривини.
2. Еволюта та її властивості.

3. Евольвента та її властивості.
4. Натуральне рівняння плоскої кривої. Основні теореми.

*Програма колоквіуму № 2.*

### **ЕЛЕМЕНТИ ТЕОРИЇ ПОВЕРХОНЬ**

1. Поняття поверхні. Елементарні поверхні. Координатна сітка.
2. Звичайні точки. Проста параметризація. Еквівалентні параметризації.
3. Дотична площа і нормаль до елементарної поверхні.
4. Перша квадратична форма. Довжина дуги кривої на поверхні.
5. Кут між кривими на поверхні. Кут між координатними лініями.
6. Площа куска поверхні.
7. Друга квадратична форма та обчислення її коефіцієнтів.
8. Подання другої квадратичної форми у вигляді скалярного добутку.
9. Основна формула для кривини кривої на поверхні.
10. Теорема Меньє.
11. Основна вектор-функція поверхні. Її існування та симетричність.
12. Основна вектор-функція поверхні. Головні напрямки.
13. Теорема Ейлера. Головні кривини.
14. Формули Родріга. Обчислення головних кривин.
15. Обчислення головних напрямків.
16. Гаусова та середня кривини поверхні та їх обчислення. Типи точок на поверхні.
17. Лінії кривини. Умови їх співпадання з координатною сіткою.
18. Асимптотичні лінії. Умови їх співпадання з координатною сіткою.
19. Геодезичні лінії. Теорема Гауса-Бонне (без доведення) та наслідки з неї.
20. Поняття топологічного простору. Звязок з метричним. Приклади.
21. Поняття топологічного многовиду. Приклади.
22. Сфера як двовимірний топологічний многовид.
23. Вкладення та занурення. Поняття кривої в топологічному многовиді. Приклади.
24. Поняття поверхні в топологічному многовиді. Приклади.
25. Клітчасті многовиди. Теорема Ейлера. Орієнтовані та неорієнтовані клітчасті многовиди. Приклади.

### **Питання до іспиту**

#### *I. КРИВІ В ТРИВИМІРНОМУ ПРОСТОРІ*

1. Вектор-функції скалярного аргументу. Границя, неперервність, диференційовність.
2. Годограф вектор-функції скалярного аргументу. Звичайні точки. Проста дуга. Теорема про просту дугу. Еквівалентні параметризації.
3. Дві леми про вектор-функції скалярного аргументу.
4. Ряд Тейлора для вектор-функції. Дотична до кривої в звичайній та в особливій точках.
5. Топологічні відображення метричних просторів. Поняття елементарної кривої. Основна лема про відображення точок відрізка в дугу кривої.
6. Довжина дуги кривої. Природна параметризація.
7. Порядок дотику кривих.
8. Властивості точкових множин, заданих неявними рівняннями.
9. Дотична до кривої, що визначена системою рівнянь. 10. Дотична до кривої, заданої перетином двох поверхонь.
11. Стична площа просторової кривої. Точки розпрямлення.
12. Тригранник Френе. Його одиничні вектори.
13. Рівняння елементів тригранника Френе.
14. Кривина кривої. Умова виродження кривої в пряму.
15. Формули Френе.
16. Скрут. Його геометричний зміст. Умова сплощення кривої.
17. Обчислювальні формули для кривини та скруту у випадку природної параметризації.
18. Обчислювальні формули для кривини та скруту у випадку довільної параметризації.

## *ІІ. ПЛОСКІ КРИВІ*

19. Стичне коло плоскої кривої. Центр і радіус кривини.
20. Еволюта та її властивості.
21. Евольвента та її властивості.
22. Натуральне рівняння плоскої кривої. Основні теореми.

## *ІІІ. ЕЛЕМЕНТИ ТЕОРИЇ ПОВЕРХОНЬ*

23. Поняття поверхні. Елементарні поверхні. Координатна сітка.
24. Звичайні точки. Проста параметризація. Еквівалентні параметризації.
25. Дотична площа і нормаль до елементарної поверхні.
26. Перша квадратична форма. Довжина дуги кривої на поверхні.
27. Кут між кривими на поверхні. Кут між координатними лініями.
28. Площа куска поверхні.
29. Друга квадратична форма та обчислення її коефіцієнтів.
30. Подання другої квадратичної форми у вигляді скалярного добутку.
31. Основна формула для кривини кривої на поверхні.
32. Теорема Менеє.
33. Основна вектор-функція поверхні. Її існування та симетричність.
34. Власні напрямки та власні значення. Теорема про їх існування у симетричної вектор-функції.
35. Основна вектор-функція поверхні. Головні напрямки.
36. Теорема Ейлера. Головні кривини.
37. Формули Родріга. Обчислення головних кривин.
38. Обчислення головних напрямків.
39. Гаусова та середня кривини поверхні та їх обчислення. Типи точок на поверхні.
40. Лінії кривини. Умови їх співпадання з координатною сіткою.
41. Асимптотичні лінії. Умови їх співпадання з координатною сіткою.
42. Геодезичні лінії. Теорема Гауса-Бонне (без доведення) та наслідки з неї.

## *ІV. ЕЛЕМЕНТИ ТОПОЛОГІЇ*

1. Поняття топологічного простору. Звязок з метричним. Приклади.
2. Поняття топологічного многовиду.
3. Сфера як двовимірний топологічний многовид.
4. Неперервні відображення та гомеоморфізми топологічних просторів. Збереження топології при гомеоморфізмі.
5. Критерій неперервності відображення. Необхідна і достатня умова відкритості множини в топологічному просторі.
6. Вкладення та занурення. Поняття кривої в топологічному многовиді. Приклади.
7. Поняття поверхні в топологічному многовиді. Приклади.
8. Клітчасті многовиди. Теорема Ейлера. Орієнтовані та неорієнтовані многовиди.

Приклади.

### *ТИПИ ЗАДАЧ, ЩО ВИНОСЯТЬСЯ НА ЕКЗАМЕН*

(збірник задач за редакцією Воднєва)

№№ 15, 18-20, 26а, 31, 42, 43, 66, 68, 69, 73, 80, 184, 187, 188, 552, 553, 557, 558, 159, 165, 164, 172, 174, 126, 510, 511, 513, 522, 523, 689, 696, 697, 703, 537, 548, 543, 541, 571, 572, 573, 577, 587, 603, 605, 532, 362, 368, 369, 370, 371, 391, 373, 378, 383, 401, 406, 422, 424, 425, 435, 440, 447, 450, 451, 629, 683, 685, 686-688, 762-764, 773, 804, 805, 813, 806-809, 814, 818, 819, 828, 834, 836, 837, 838, 840(I), 859, 880, 881, 892, 914, 932, 934, 912.

**ЗАУВАЖЕННЯ.** В екзаменаційний білет вносяться одне питання з розділів I, II та одне питання з розділів III, IV. Крім того, вносяться три задачі вказаних вище типів.

Екзаменаційний білет містить 2 теоретичні питання і 3 практичні завдання. Кожне питання і завдання оцінюється в 10 балів.

### *Зразки варіантів контрольних робіт*

#### Зразок контрольної роботи №1

1. Довести, що годографом вектор-функції  $\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{r}_1 \cos t + \vec{r}_2 \sin t$  є еліпс, якщо  $\vec{r}_0, \vec{r}_1, \vec{r}_2$  – сталі вектори, і  $\vec{r}_1$  та  $\vec{r}_2$  – неколінеарні.
2. Показати, що проекція “ординати” довільної точки ланцюгової лінії  $y = a \operatorname{ch} \frac{x}{a}$  на нормаль у цій точці є величина стала.
3. Написати параметричні рівняння ланцюгової лінії, прийнявши за параметр довжину дуги, що відраховується від вершини цієї лінії.
4. Знайти рівняння еволюти еліпса.
5. Записати рівняння нормальні площини в довільній точці кривої

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ y^2 + z^2 = 1. \end{cases}$$

#### Зразок контрольної роботи №2

1. Довести, що дотичні площини до поверхні  $xyz = a^3$  утворюють разом з координатними площинами тетраедр сталого об'єму.
2. Знайти рівняння нормалі до поверхні  $x = u + v, y = u - v, z = uv$  в точці  $M(u = 2, v = 1)$ .
3. Знайти одну зі сторін та один із кутів криволінійного трикутника  $u = \pm \frac{1}{2}av^2, v = 1$ , розміщеного на поверхні, в якої  $ds^2 = du^2 + (u^2 + a^2)dv^2$ .
4. Обчислити головні кривини поверхні  $x = yz$  у точці  $M(1;1;1)$ .
5. Знайти геометричне місце гіперболічних точок на поверхні  $x = u + v, y = uv, z = u^3 + v^3$ .

## **6. ФОРМИ ПОТОЧНОГО ТА ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ**

### *6.1. Formи поточного контролю.*

Поточний контроль знань студентів упродовж одного семестру включає бали за роботу на практичних заняттях, а також оцінювання всіх видів самостійної роботи. Оцінювання роботи на практичних заняттях, індивідуальної та самостійної роботи здійснюються за шкалою від «0» до «5». Критерії оцінювання поточного, проміжного та підсумкового контролю визначаються Положенням із врахуванням вагових коефіцієнтів: – поточного контролю: для дисциплін, що завершуються екзаменом – 0,4; – проміжного контролю: для дисциплін, що завершуються екзаменом – 0,1.

Кожен вид роботи фіксується у відповідній графі академічного журналу з обов'язковим позначенням виду роботи та дати проведення. У кожній клітинці академічного журналу записується лише одна оцінка, позначки «+» та «–» не допускаються. У разі пропуску заняття здобувачем у графах контролю викладачі роблять позначку н/. Здобувач вищої освіти, який з поважних причин, підтвердженіх документально, не мав можливості брати участь у формах поточного контролю та виконати індивідуальне завдання і самостійну роботу, має право на відпрацювання у двотижневий термін після повернення до навчання, але до початку екзаменаційної сесії. Студент, який не використав надане йому право у встановлений термін або

пропустив заняття без поважних причин, отримує за кожне пропущення заняття 0 балів.

Після завершення вивчення дисципліни викладач виводить середньозважений бал, який переводиться у 100-балльну шкалу з відповідним ваговим коефіцієнтом. Підрахунки середньозваженого балу здійснюють з точністю до другого знака після коми. Кількість балів за поточний контроль округлюють до цілих.

#### *6.2. Форми проміжного контролю.*

Проміжний контроль проводиться у формі модульної контрольної роботи. До проміжного контролю допускаються всі студенти. Проміжний контроль проводиться за розкладом, затвердженим деканом факультету. Оцінювання проміжного контролю здійснюється за шкалою від «0» до «10». Результати проміжного контролю фіксуються у відповідній графі академічного журналу. Результати проміжного контролю мають бути внесені до відомості обліку успішності здобувачів вищої освіти протягом 2-х днів після його проведення, але обов'язково до початку екзаменаційної сесії. Оцінка з проміжного контролю не перескладається. У випадку відсутності студента на проміжному контролі з поважної причини, підтвердженої документально, деканатом складається додатковий розклад.

#### *6.3. Форми підсумкового контролю.*

Семестровий екзамен – це вид підсумкового контролю, який спрямований на перевірку програмних результатів навчання, визначених освітньою програмою для відповідного освітнього компонента. Семестрові екзамени проводяться в період екзаменаційної сесії. Оцінка за семестр з дисципліни, з якої передбачений екзамен, виставляється після закінчення її вивчення за результатами поточного (ваговий коефіцієнт – 0,4), проміжного (ваговий коефіцієнт – 0,1) та підсумкового контролю (ваговий коефіцієнт – 0,5).

*6.4. Засоби діагностики результатів навчання: подаються в силабусі навчальної дисципліни.*

*6.5. Критерії оцінювання результатів навчання: подаються в силабусі навчальної дисципліни.*

### **7. ІНСТРУМЕНТИ, ОБЛАДНАННЯ ТА ПРОГРАМНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ, ВИКОРИСТАННЯ ЯКИХ ПЕРЕДБАЧАЄ НАВЧАЛЬНА ДИСЦИПЛІНА**

На практичничих потрібні конспект лекцій і зошит для практичних робіт.

### **8. РЕКОМЕНДОВАНІ ДЖЕРЕЛА ІНФОРМАЦІЇ**

#### *8.1. Основні джерела*

1. О.А.Борисенко. Диференціальна геометрія та топологія. Х. 1995.
2. Н. И. Кованцов, Г. М. Зражевская, В. Г. Kocharovский, В. И. Михайловский, Дифференциальная геометрия, топология, тензорный анализ. Сб. задач, К., 1989.
3. А. С. Мищенко, А. Т. Фоменко, Курс дифференциальной геометрии и топологии, М, 1980.
4. 4. О.О.Пришляк. Диференціальна геометрія. К. 2004.
5. 2. Авдеєва, Т. В. Алгебра. Основи алгебраїчних структур [Електронний ресурс] : навчальний посібник / Т. В. Авдеєва, В. М. Горбачук ; НТУУ «КПІ». – Електронні текстові дані (1 файл: 1,28 Мбайт). – Київ : НТУУ «КПІ», 2015. – 80 с. [http://kmf.kpi.ua/fileadmin/kmf.ntukpi.kiev.ua/Metod/Method/FMF/2\\_Zagalna\\_Algebra.pdf](http://kmf.kpi.ua/fileadmin/kmf.ntukpi.kiev.ua/Metod/Method/FMF/2_Zagalna_Algebra.pdf)
6. Андрійчук В.І., Забавський Б.В. Диференціальна геометрія і топологія // -Львів. - 2005.

7. Завало С. Т., Диференціальна геометрія і топологія : [в 2-х ч.] : підручник для студ. фіз.-мат. фак. пед. ін-тів / С. Т. Завало, В. М. Костарчук, Б. І. Хацет., Київ : Вища школа, 1974.

8. Завало С.Т. та ін. Диференціальна геометрія і топологія: Практикум. Частина 2. – К.: Вища шк., 1986. – 264 с.

9. Базылев В.Т., Дуничев К.И. Геометрия. Ч.II. - М. Просвещение, 1975. – 367 с..

10. Кованцов М.І. Диференціальна геометрія.- К.: Вища школа, 1973. - 276 с.

11. Погорелов А.В. Дифференциальная геометрия. – Харьков: Изд-во Харьковского унта, 1961. – 166 с.

12. Теплінський Ю.В. Лекції з диференціальної геометрії. - Кам.-Под., 1999.-146 с.

13. Сборник задач и упражнений по дифференциальной геометрии под редакцией Воднева В.Т. - Минск, 1970. – 372 с.

## 8.2. Допоміжні джерела

1. Борисович Ю.Г. и др. Введение в топологию. - М., 1980.

2. Розенфельд Б.А. Многомерные пространства. - М., 1966.

3. Базылев В.Т. Геометрия дифференцируемых многообразий. – М.: Высшая школа, 1989. – 221 с.

4. Фиников С.П. Курс диф. геометрии. - М.: Узд-во Московского ун-та, 1960. – 158 с.

5. Норден А.П. Краткий курс дифференциальной геометрии. М.: ФИЗМАТГИЗ, 1958.- 244 с.

6. Сборник задач по дифференциальной геометрии под редакцией А.С. Феденко. – М.: Наука, 1979. – 272 с.

7. Хирш М. Дифференциальная топология. – М.: Мир, 1979. – 280 с.

8. Городецький В.В., Мартинюк О.В. Диференціальна геометрія в теоремах і задачах. – Чернівці: Книги XXI, 2009. – 395 с

<http://194.44.152.155/elib/local/sk706711.pdf>

**9. ДОПОВНЕННЯ ТА ЗМІНИ, ВНЕСЕНІ ДО РОБОЧОЇ ПРОГРАМИ В 2021 / 2022  
Н.Р.<sup>1</sup>**

---

<sup>1</sup> Доповнення та зміни до робочої програми додаються на окремому аркуші, затверджуються на засіданні кафедри до початку навчального року