

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ІЗМАЇЛЬСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ГУМАНІТАРНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ФАКУЛЬТЕТ УПРАВЛІННЯ, АДМІНІСТРУВАННЯ ТА
ІНФОРМАЦІЙНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ
КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ, ІНФОРМАТИКИ ТА ІНФОРМАЦІЙНОЇ
ДІЯЛЬНОСТІ

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

ЛІНІЙНА АЛГЕБРА
(назва навчальної дисципліни)

освітній ступінь бакалавр
(назва освітнього ступеня)

галузь знань 01 Освіта / Педагогіка
(шифр і назва галузі знань)

спеціальність 014 Середня освіта
(код і назва спеціальності)

предметна спеціальність 014.04 Математика
(код і назва предметної спеціальності)

освітня програма Середня освіта: математика
(назва освітньої програми)

тип дисципліни обов'язкова
(обов'язкова / вибіркова / факультативна)


ПОГОДЖЕНО:

Гарант освітньо-професійної програми


Івлієва О.М.
(підпис, ініціали, прізвище)


РЕКОМЕНДОВАНО:

кафедрою математики, інформатики та інформаційної діяльності

протокол № 1 від 30.08.2021
Завідувач кафедри  О.М. Івлієва
(підпис, ініціали, прізвище)

ПОГОДЖЕНО:

Голова ради з якості вищої освіти факультету управління, адміністрування та інформаційної діяльності


Драгієва Л.В.
(підпис, ініціали, прізвище)

Розробники програми:

кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри математики, інформатики та інформаційної діяльності Воробійов Я.А.

Рецензенти програми:

кандидат педагогічних наук, доцент кафедри математики, інформатики та інформаційної діяльності Івлієва О.М.

1. ОПИС ДИСЦИПЛІНИ

Найменування показників	Розподіл годин за навчальним планом	
	Денна	Заочна
Кількість кредитів: 6	<i>Лекції:</i>	
	34	8
Модулів: 4	<i>Практичні заняття:</i>	
Загальна кількість годин: 180	52	8
Рік вивчення дисципліни за навчальним планом: 1	<i>Лабораторні заняття:</i>	
	--	--
Семестр: 1,2	<i>Семінарські заняття:</i>	
	--	--
Тижневе навантаження (год.): 5 - аудиторне: 3 - самостійна робота: 2	<i>Консультації:</i>	
	2	-
Форма підсумкового контролю: залік, екзамен	<i>Індивідуальні заняття:</i>	
	--	--
Мова навчання: українська	<i>Самостійна робота:</i>	
	92	164

2. МЕТА ДИСЦИПЛІНИ

Предметом вивчення навчальної дисципліни «Лінійна алгебра» є матричне числення, теорія лінійних систем, алгебра многочленів, скінченновимірні векторні простори, лінійні оператори та квадратичні форми, а також елементи загальної алгебри. Усі ці складові тісно пов'язані між собою. Через весь курс проходить поняття лінійного векторного простору та лінійного перетворення. Розглядаються різні моделі лінійних просторів: числові векторні простори використовуються при вивченні систем лінійних рівнянь; розглядаються геометричні інтерпретації алгебраїчних понять; у другому семестрі вивчаються лінійні векторні простори, елементами яких є матриці, лінійні оператори, многочлени. Для частини понять вводяться аксіоматичні означення і подальший виклад матеріалу формалізований. Ідеї та методи лінійної алгебри є потужним апаратом дослідження цілого ряду математичних та прикладних наук.

Міждисциплінарні зв'язки

Даний курс є фундаментальним курсом для математичних спеціальностей і базовим для вивчення таких дисциплін як «Алгебра і теорія чисел», «Диференціальні рівняння», «Математичне моделювання», «Методи обчислень».

Мета викладання дисципліни «Лінійна алгебра». – послідовне викладення основних методів і результатів лінійної алгебри та аналітичної геометрії, які складають основу фундаментальної освіти майбутнього вчителя математики. Вивчення дисципліни «Лінійна алгебра» сприяє формуванню у студентів широкого погляду на основні методи лінійної алгебри, на застосування цих методів до дослідження, розвиває математичну культуру і мислення студентів, навички доведення тверджень.

Завдання дисципліни – формування сучасних теоретичних знань в області лінійної алгебри та аналітичної геометрії і практичних навичок застосування алгебраїчних та геометричних методів розв'язування математичних задач. У результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен

знати:

- комплексне число;
- многочлен, корінь та кратність кореня многочлена;
- матриця, визначник;
- система лінійних алгебраїчних рівнянь;

- лінійний та евклідовий простір;
- базис простору;

уміти:

- виконувати алгебраїчні операції з комплексними числами;
- виконувати ділення многочленів та знаходити найбільші спільні дільники;
- виконувати операції над матрицями; обчислювати визначники будь-якого порядку;
- знаходити обернену матрицю та ранг матриці;
- знаходити розв'язки системи лінійних рівнянь матричним методом, методом Крамера та методом Гаусса;
- будувати базис лінійного та евклідового простору;
- проводити ортогоналізацію системи векторів;
- досвід: набути досвід самостійного пошуку необхідних інформаційних матеріалів у мережі Інтернет.

3. ОЧІКУВАНІ РЕЗУЛЬТАТИ НАВЧАННЯ

Вивчення навчальної дисципліни передбачає формування та розвиток у студентів компетентностей та програмних результатів навчання відповідно до освітньо-професійної (освітньо-наукової) програми «Середня освіта; математика».

Інформація про компетентності та відповідні їм програмні результати навчання за дисципліною

Шифр	Назва
Загальні компетентності (ЗК)	
ЗК1.	Знання та розуміння предметної області та розуміння професійної діяльності.
ЗК 8	Здатність вчитися і оволодівати сучасними знаннями.
Спеціальні (фахові, предметні) компетентності (СК)	
СК 1.	Здатність формувати в учнів предметні компетентності.
СК 6.	Здатність використовувати системні знання з математики, педагогіки, методики навчання математики, історії їх виникнення та розвитку.
СК 8.	Здатність аналізувати математичну задачу, розглядати різні способи її розв'язування.
СК 9.	Здатність забезпечувати розвиток прийомів розумової діяльності та просторової уяви учнів, усвідомлюючи й реалізуючи специфічні можливості процесу навчання математики для розвитку логічного та алгоритмічного мислення.
СК 10.	Здатність формувати в учнів переконання в необхідності обґрунтування гіпотез, розуміння математичного доведення.
Програмні результати навчання (ПРН)	
ПРН 1.	Демонструє знання з теоретичної та прикладної математики та методики її навчання.
ПРН 8.	Використовує різноманітні ресурси для пошуку потрібної інформації, критично аналізує й опрацьовує інформацію з метою використання її у навчальній і професійній діяльності із дотриманням принципів доброчесності та визнанням авторських прав.
ПРН 9.	Перетворює словесний матеріал у математичні моделі, створює математичні моделі об'єктів та процесів для розв'язування задач із різних предметних галузей засобами інформаційних технологій і програмування.
ПРН 15.	Демонструє здатність до розв'язування професійних задач в області математики.
ПРН 22.	Презентує, обговорює та захищає власні погляди в усній і письмовій формах та за допомогою інформаційно-комунікаційних технологій.
ПРН 23.	Здатний вчитися упродовж життя і вдосконалювати з високим рівнем автономності набути під час навчання кваліфікацію.

**Матриця відповідності компетентностей результатам навчання за
дисципліною**

Шифр компетентності	Результати навчання			
	Знання	Уміння	Комунікація	Автономність та відповідальність
ЗК 1.		ПРН 1	ПРН 15	ПРН 8
ЗК 8.	ПРН 23		ПРН 15	
СК 1.				ПРН 8
СК 6.		ПРН 9	ПРН 15	ПРН 22
СК 8.		ПРН 1		ПРН 8
СК 9.		ПРН 8	ПРН 15	
СК 10.	ПРН 23	ПРН 9	ПРН 1	

III. Тематичний план дисципліни

№ з/п	Назви модулів / тем	Кількість годин (денна форма навчання)						Кількість годин (заочна форма навчання)					
		Аудиторні	Лекції	Семинарські (практичні)	Лабораторні	Консультації	Самостійна робота	Аудиторні	Лекції	Семинарські (практичні)	Лабораторні	Консультації	Самостійна робота
I семестр													
Тема I. Комплексні числа. Многочлени													
1.1	Комплексні числа. Операції над комплексними числами.	6	2	4	-	-	6	12	-	-	-	-	10
1.2	Поняття многочлена n-го степеня з дійсними коефіцієнтами	6	2	4	-	-	6	12	-	2	-	-	10
1.3.	Поняття многочлена n-го степеня з комплексними коефіцієнтами.	4	2	2	-	-	4	8	-	-	-	-	6
	Разом:	14	6	10	-	-	16	32	-	2	-	-	26
Тема II. Матриці та визначники.													
2.1	Поняття матриці. Основні операції над матрицями та їх властивості	6	2	4	-	-	6	12	2	-	-	-	10
2.2.	Поняття визначника. Мінор елемента визначника. Теорема Лапласа	4	2	2	-	-	4	8	-	-	-	-	8
2.3.	. Властивості визначників. Алгебраїчне доповнення	6	2	4	-	-	6	12	-	2	-	-	10
	Разом:	16	6	10	-	-	16	32	2	2	-	-	28
Тема III. Системи лінійних рівнянь													
3.1	Поняття про лінійні системи та їх сумісність	6	2	4	-	-	6	12	-	-	-	-	10
3.2	Методи знаходження розв'язків лінійних систем.	8	2	6	-	-	10	20	-	2	-	-	16
	Разом:	14	4	10	-	-	16	32	-	2	-	-	26
	Разом за перший семестр	44	16	30	-	-	48	96	-	10	-	-	80
	Залік												
II семестр													

Тема IV. Лінійні простори													
4.1	Поняття лінійного простору. Лінійна залежність елементів простору. Розмірність та база лінійного простору.	4	2	2	-	-	4	8	2	-	-	-	10
4.2	Перетин, сума та пряма сума просторів.	4	2	2	-	-	4	8	-	2	-	-	8
4.3	Евклідів простір. Процес ортогоналізації векторів. Системи	4	2	2	-	-	4	8	-	-	-	-	10
	Разом:	12	6	6	-	-	12	24	2	2	-	-	28
Тема V. Лінійні оператори													
5.1	Лінійні оператори, їх матриці. Алгебра лінійних операторів.	4	2	2	-	-	4	8	2	-	-	-	10
5.2	Образ, ядро ранг і дефект лінійного оператора.	4	2	2	-	-	4	8	-	-	-	-	8
5.3	Власні значення та власні вектори лінійного оператора	6	2	4	-	-	6	12	-	-	-	-	10
	Разом:	14	6	8	-	-	14	28	2	-	-	-	28
Тема VI. Білінійні та квадратичні форми													
6.1	Білінійні форми.	4	2	2	-	-	4	8	-	-	-	-	8
6.2	Методи зведення квадратичних форм до канонічного виду.	6	2	4	-	-	6	12	-	-	-	-	10
6.3	Закон інерції та класифікація квадратичних форм.	4	2	2	-	-	8	10	-	-	-	-	10
	Разом:	14	6	8	-	-	18	30	-	-	-	-	28
	Консультація	2				2		2					2
	Екзамен												
	Разом за II семестр:	42	18	22	-	2	44	84	-	-	-	2	84
	УСЬОГО	88	34	52	-	2	92	16	8	8	-	-	164

5. ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

5.1. Зміст навчальної дисципліни за темами

Тема 1. Комплексні числа. Многочлени.

Основні об'єкти, які вивчаються в алгебрі. Аксиоматичне означення комплексних чисел. Операції над комплексними числами. Різні форми зображення комплексних чисел. Степінь комплексного числа. Формула Муавра. Корінь n -го степеня з комплексного числа.

Поняття многочлена n -го степеня з комплексними коефіцієнтами. Основні операції над многочленами та їх властивості. Дільники многочленів. Найбільший спільний дільник. Алгоритм Евкліда та схема Горнера. Корені многочленів.

Основна теорема алгебри. Формули В'єта. Многочлени з дійсними коефіцієнтами. Взаємно прості многочлени. Алгоритм Евкліда. Корені многочленів. Теорема Безу. Метод Горнера. Основна теорема алгебри. Формули В'єтта. Раціональні дроби. Корені многочленів. Квадратне рівняння. Формули Кардано. Раціональні корені цілочисельних многочленів.

Тема 2. Матриці та визначники.

Матриця. Вектор. Квадратна, транспонована, симетрична і кососиметрична, трикутна матриці. Додавання та множення матриць.

Перестановки та підстановки. Визначники n -го порядку. Властивості визначників. Мінори та їх алгебраїчні доповнення. Теорема Лапласа. Розкладання визначників по рядку (стовпцю). Визначники кососиметричної матриці, матриці з нульовим кутовим мінором, трикутної матриці і визначник Вандермонда.

Ранг і коранг матриці. Теорема про ранг, способи визначення рангу. Приєднана і зворотна матриці. Способи обчислення зворотної матриці.

Тема 3. Системи лінійних рівнянь

Поняття системи лінійних рівнянь та її розв'язку. Нетривіальна сумісність однорідної системи. Умова сумісності загальної лінійної системи Основні означення.

Розв'язування систем за формулами Крамера, за допомогою оберненої матриці, методом Гауса. (метод послідовного виключення невідомих)

Властивості сукупності розв'язків однорідної системи. Фундаментальна система розв'язків. Загальний розв'язок неоднорідної системи

Тема 4. Лінійні простори

Означення лінійного простору. Властивості довільних лінійних просторів. Базис та розмірність лінійного простору. Лінійна залежність елементів лінійного простору. Ізоморфізм лінійних просторів. Поняття підпростору та лінійної оболонки.

Сума й перетин підпросторів. Пряме та обернене перетворення базисів.

Евклідів простір. Процес ортогоналізації системи векторів.

Тема 5. Лінійні оператори

Закон інерції та класифікація квадратичних форм. Лінійні оператори (перетворення). Зворотне перетворення. Ядро і образ перетворення. Інваріантні підпростори. Власні значення та вектори. Характеристичний многочлен. Подібні матриці. Поєднане простір. Самосопряжених (ермітових) оператори.

Тема 6. Білінійні та квадратичні форми

Білінійні форми. Квадратичні форми. Лінійні перетворення квадратичних форм. Канонічний вигляд квадратичної форми. Приведення квадратичної форми до канонічного виду. Ранг і нормальний вигляд квадратичної форми. Закон інерції. Позитивно певні квадратичні форми. Умови Сильвестра. Розпадаються квадратичні форми.

Методи зведення квадратичних форм до канонічного виду.

5.2. Тематика практичних занять.

<i>№ з/п</i>	<i>Теми практичних робіт</i>
	І семестр
1	Комплексні числа. Операції над комплексними числами.
2-3	Розв'язання многочлена n-го степеня з дійсними коефіцієнтами. Алгоритм Евкліда та схема Горнера.
4-5	Розв'язання многочлена n-го степеня з комплексними коефіцієнтами.
6-7	Поняття матриці. Основні операції над матрицями та їх властивості
8	Поняття визначника. Мінор елемента визначника. Теорема Лапласа
9-10	. Властивості визначників. Алгебраїчне доповнення
11-12	Розв'язування систем за формулами Крамера, за допомогою оберненої матриці.
13-14	Розв'язування систем за формулами Крамера, за допомогою оберненої матриці, методом Гауса. (метод послідовного виключення невідомих)
15	Властивості сукупності розв'язків однорідної системи. Фундаментальна система розв'язків. Загальний розв'язок неоднорідної системи
	II семестр
16	Поняття лінійного простору. Лінійна залежність елементів простору. Розмірність та база лінійного простору.
17	Перетин, сума та пряма сума просторів.
18	Евклідів простір. Процес ортогоналізації системи векторів
19	Лінійні оператори, їх матриці. Алгебра лінійних операторів.
20	Образ, ядро ранг і дефект лінійного оператора.
21-22	Власні значення та власні вектори лінійного оператора
23	Білінійні форми.
24-25	Методи зведення квадратичних форм до канонічного виду.
26	Закон інерції та класифікація квадратичних форм.

5.3. Організація самостійної роботи студентів.

№ з/п	Вид роботи	Кількість годин		Форми звітності
		денна	заочна	
1.	Опрацювання лекційного матеріалу	18	36	Відповіді на практичних заняттях
2.	Підготовка до практичних занять.	26	40	Відповіді на практичних заняттях
3	Підготовка до модульного контролю	8	16	Написання модульної контрольної роботи
4	Робота з Інтернет-ресурсами.	14	28	
5	Виконання контрольних робіт за темами.	12	30	Наявність робіт
6	Колоквіум	14	14	Конспект опрацьованих тем
	Разом	92	164	

Тематика індивідуальних (групових) завдань

Програма колоквиума

1. Визначення рангу матриці.
2. Метод окантування мінорів. .
3. Перестановки. Інверсії.
4. Парність і непарність перестановки.
5. Обернена матриця.
6. Способи відшукування оберненої матриці.
7. Властивості визначників n -го порядку та їх застосування при обчисленні визначників та розв'язанні систем лінійних алгебраїчних рівнянь.
8. Однорідні системи лінійних рівнянь.
9. Фундаментальна система розв'язків.

На індивідуальних заняттях створюються умови для якнайповнішої реалізації творчих можливостей студентів через індивідуально спрямований розвиток їх здібностей. Індивідуальні завдання для студентів, які

- мають низький рівень успішності – індивідуальне розв'язування вправ з використанням засобів допомоги ;
- мають середній рівень успішності – індивідуальне розв'язування вправ;
- мають високий рівень успішності – розв'язування вправ підвищеної складності, участь у студентських олімпіадах.

Вправи розв'язуються самостійно в поза аудиторний час в зошитах для індивідуальної роботи. Оцінка роботи здійснюється відповідною кількістю балів.

Зразок індивідуального завдання

(ІНДЗ № 1,)

1. Для даного визначника Δ знайти мінори та алгебраїчні доповнення елементів a_{i2} , a_{3j} . Обчислити визначник Δ : а) розклавши його за елементами i -го рядка; б) розклавши його за елементами j -го стовпчика; в) отримавши попередньо нулі в i -ому рядку.

$$1. \begin{vmatrix} 1 & 1 & -2 & 0 \\ 3 & 6 & -2 & 5 \\ 1 & 0 & 6 & 4 \\ 2 & 3 & 5 & -1 \end{vmatrix}, \quad 2. \begin{vmatrix} 2 & 0 & -1 & 3 \\ 6 & 3 & -9 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & 3 \\ 4 & 2 & 0 & 6 \end{vmatrix}, \quad 3. \begin{vmatrix} 2 & 7 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ 3 & 4 & 0 & 2 \\ 0 & 5 & -1 & -3 \end{vmatrix},$$

$i=4, j=1$ $i=3, j=3$ $i=4, j=1$

$$4. \begin{vmatrix} 4 & -5 & -1 & -5 \\ -3 & 2 & 8 & -2 \\ 5 & 3 & 1 & 3 \\ -2 & 4 & -6 & 8 \end{vmatrix}, \quad 5. \begin{vmatrix} 3 & 5 & 3 & 2 \\ 2 & 4 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 2 & 1 \\ 5 & 1 & -2 & 4 \end{vmatrix}, \quad 6. \begin{vmatrix} 3 & 2 & 0 & -5 \\ 4 & 3 & -5 & 0 \\ 1 & 0 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & -3 & 4 \end{vmatrix},$$

$i=1, j=3$ $i=2, j=4$ $i=1, j=2$

$$7. \begin{vmatrix} 2 & -1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & -2 \end{vmatrix}, \quad 8. \begin{vmatrix} 3 & 2 & 0 & -2 \\ 1 & -1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 3 & -3 \end{vmatrix}, \quad 9. \begin{vmatrix} 0 & 4 & 1 & 1 \\ -4 & 2 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & -2 \\ 1 & 3 & 4 & -3 \end{vmatrix},$$

$i=2, j=3$ $i=3, j=1$ $i=4, j=3$

$$10. \begin{vmatrix} 0 & -2 & 1 & 7 \\ 4 & -8 & 2 & -3 \\ 10 & 1 & -5 & 4 \\ -8 & 3 & 2 & -1 \end{vmatrix}.$$

$i=4, j=2.$

2. Дослідити на сумісність та визначеність системи лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 7, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 6. \end{cases} \quad 2. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 3, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = -4, \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = -3. \end{cases} \quad 3. \begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = 12, \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 6, \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 3. \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = -4, \\ x_1 + 3x_2 - x_3 = 11, \\ x_1 - 2x_2 + 2x_3 = -7. \end{cases} \quad 5. \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 12, \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 6, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = -9. \end{cases} \quad 6. \begin{cases} 8x_1 + 3x_2 - 6x_3 = -4, \\ x_1 + x_2 - x_3 = 2, \\ 4x_1 + x_2 - 3x_3 = -5. \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} 4x_1 + x_2 - 3x_3 = 9, \\ x_1 + x_2 - x_3 = -2, \\ 8x_1 + 3x_2 - 6x_3 = 12. \end{cases} \quad 8. \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 33, \\ 7x_1 - 5x_2 = 24, \\ 4x_1 + 11x_3 = 39. \end{cases} \quad 9. \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 12, \\ 7x_1 - 5x_2 + x_3 = -33, \\ 4x_1 + x_3 = -7. \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} x_1 + 4x_2 - x_3 = 6, \\ 5x_2 + 4x_3 = -20, \\ 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 = -22. \end{cases}$$

Знайти їх розв'язки, одним із оптимальних методів.

Перелік питань до екзамену.

1. Множини. Відображення множин
2. Група. Кільце. Поле. Означення та приклади.
3. Поле комплексних чисел. Алгебраїчна форма комплексного числа.
4. Тригонометрична форма комплексного числа. Добування кореня.
5. Корені з одиниці. Первісні корені з одиниці.
6. Дійсний n -вимірний векторний простір.
7. Базис системи векторів. Базис простору.
8. Матриці. Дії над матрицями.
9. Обернена матриця.
10. Детермінанти. Означення та основні властивості.
11. Теорема Лапласа. Розклад детермінанта за елементами рядку.
12. Детермінант добутку двох матриць.
13. Системи лінійних алгебраїчних рівнянь. Еквівалентність СЛАР.

14. Метод Гаусса розв'язування СЛАР.
15. Правило Крамера.
16. Ранг матриці.
17. Теорема Кронекера-Капеллі.
18. Системи лінійних однорідних рівнянь.
19. Фундаментальна система розв'язків системи лінійних однорідних рівнянь.
20. Кільце многочленів. Корені многочлена.
21. Основна теорема алгебри.
22. Алгоритм Евкліда.
23. Канонічний розклад многочлена над \mathbb{C} .
24. Канонічний розклад многочлена над \mathbb{R} .
25. Теорема про оборотність матриці переходу від одного базису скінченновимірного лінійного простору до іншого.
26. Ізоморфізм лінійних просторів. Властивості ізоморфізму лінійних просторів. Класифікація скінченновимірних лінійних просторів над даним полем.
27. Підпростори лінійного простору. Ознаки підпростору. Приклади підпросторів.
28. Дії над підпросторами. Теореми про перетин та суму підпросторів. Теорема про розмірність суми і перетину підпросторів.
29. Прямі суми підпросторів. Ознаки прямої суми.
30. Суміжні класи лінійного простору за підпростором. Властивості суміжних класів. Фактор-простір.
31. Теорема про розмірність трьох просторів.
32. Лінійне відображення лінійних просторів. Ознака лінійного відображення. Найпростіші властивості лінійного відображення. Ознака лінійного відображення.
33. Ядро та образ лінійного відображення. Основна теорема про гомоморфізми для лінійних відображень.
34. Теорема про існування і єдиність лінійного відображення.
35. Матриця лінійного відображення. Формула для координат образу вектора при лінійному відображенні.
36. Зв'язок матриць лінійного відображення при заміні базисів лінійних просторів.
37. Дії над лінійними відображеннями. Теорема про простір лінійних відображень.
38. Теорема про добуток лінійних відображень. Теорема про матрицю добутку лінійних відображень.
39. Лінійний оператор лінійного простору. Матриця лінійного оператора скінченновимірного лінійного простору. Зв'язок матриць лінійного оператора при заміні базису лінійного простору.
40. Ядро та образ лінійного оператора. Теорема про розмірності ядра та образу лінійного оператора.
41. Ознаки оборотності лінійного оператора.
42. Характеристичний многочлен матриці і лінійного оператора.
43. Власні вектори і власні значення лінійного оператора. Теорема про підпростір власних векторів, що належать одному власному значенню.
44. Теорема про лінійну незалежність системи власних векторів, що належать попарно різним власним значенням лінійного оператора.
45. Нормальні форми матриць над полем.
46. Евклідов простір. Процес ортогоналізації Грамма – Шмідта.
47. Ортогональні оператори евклідового простору.
48. Симетричні оператори евклідового простору.
49. Квадратичні форми.
50. Зведення квадратичної форми до головних осей.

Екзаменаційний білет містить 2 теоретичні питання і 3 практичні завдання. Кожне питання і завдання оцінюється в 10 балів.

6. ФОРМИ ПОТОЧНОГО ТА ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ

- 6.1. *Форми поточного контролю*: практичні заняття, індивідуальні завдання.
- 6.2. *Форми проміжного контролю*: модульна контрольна робота.
- 6.3. *Форми підсумкового контролю*: залік, іспит.
- 6.4. *Засоби діагностики результатів навчання*: подаються в силабусі навчальної дисципліни.
- 6.5. *Критерії оцінювання результатів навчання*: подаються в силабусі навчальної дисципліни.

7. ІНСТРУМЕНТИ, ОБЛАДНАННЯ ТА ПРОГРАМНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ, ВИКОРИСТАННЯ ЯКИХ ПЕРЕДБАЧАЄ НАВЧАЛЬНА ДИСЦИПЛІНА

На практичних потрібні конспект лекцій і зошит для практичних робіт.

8. РЕКОМЕНДОВАНІ ДЖЕРЕЛА ІНФОРМАЦІЇ

8.1. Основні джерела

1. Андрійчук В.І. Лінійна алгебра: навч. посібник / В.І. Андрійчук, Б.В. Забавський. – Львів: ЛНУ імені Івана Франка, 2008. – 226 с.
2. Безущак О.О. Навчальний посібник з лінійної алгебри для студентів механікоматематичного факультету / О.О. Безущак, О.Г. Ганюшкін, Є.А. Кочубінська. – К.: ВПЦ «Київський університет», 2019. – 224 с.
3. Бондарчук Ю.В. Лінійна алгебра та аналітична геометрія: навч. посібник / Ю.В. Бондарчук, Б.В. Олійник. – Київ: Києво-Могилянська академія, 2010. – 176 с.
4. Волошина Т.В. Лінійна алгебра: навч. посібник / Т.В. Волошина. – Луцьк: Вежа-Друк, 2020. – 308 с.
5. Волошина Т.В. Вибрані питання лінійної алгебри та аналітичної геометрії : навч. посіб. для студ. спец. «Інформатика» / Т.В. Волошина. – Луцьк : Вол. нац. ун-т ім. Лесі Українки, 2010. – 116 с.
6. Ілляшенко В.Я. Аналітична геометрія та лінійна алгебра : навч.-метод. посіб. / В.Я. Ілляшенко, В.М. Кремінь. – Ч. 2. Комплексні числа і многочлени. – Луцьк: РВВ «Вежа» Волин. нац. ун-ту ім. Лесі Українки, 2010. – 95 с.
7. Калужнін Л.А. Лінійні простори / Л.А. Калужнін, В.А. Вишенський, Ц.О. Шуб. – К.: Вища школа, 1971. – 344 с.
8. Панасенко О.Б. Лекції з лінійної алгебри: електронний навчальний посібник / О.Б. Панасенко. – Вінниця, 2015. – 273 с.
9. Романів О.М. Лінійна алгебра: навч. посібник / О.М. Романів. – Львів: І.Е.Чижиков, 2014. – 279 с.
10. Рудавський Ю.К. Збірник задач з лінійної алгебри та аналітичної геометрії / Ю.К. Рудавський, П.П. Костробій, Д.В. Уханська та ін. – Л. : Бескид Біт, 2002. – 256 с.
11. Рудавський Ю.К. Лінійна алгебра та аналітична геометрія: навч. підр. / Ю.К. Рудавський, П.П. Костробій, Х.П. Луник, Д.В. Уханська. – Львів: Бескид Біт, 2002. – 262 с.
12. Чарін В.С. Лінійна алгебра / В.С. Чарін – К. : Техніка, 2004. – 416 с.

10.2. Допоміжні джерела

1. Калужнін Л.А. Лінійні простори / Л.А. Калужнін, В.А. Вишенський, Ц.О. Шуб. – К.: Вища школа, 1971. – 344 с.
2. Панасенко О.Б. Лекції з лінійної алгебри: електронний навчальний посібник / О.Б. Панасенко. – Вінниця, 2015. – 273 с.
3. Романів О.М. Лінійна алгебра: навч. посібник / О.М. Романів. – Львів: І.Е.Чижиков, 2014. – 279 с.
4. Рудавський Ю.К. Збірник задач з лінійної алгебри та аналітичної геометрії / Ю.К. Рудавський, П.П. Костробій, Д.В. Уханська та ін. – Л. : Бескид Біт, 2002. – 256 с.
5. Рудавський Ю.К. Лінійна алгебра та аналітична геометрія: навч. підр. / Ю.К. Рудавський, П.П. Костробій, Х.П. Луник, Д.В. Уханська. – Львів: Бескид Біт, 2002. – 262 с.
6. Чарін В.С. Лінійна алгебра / В.С. Чарін – К. : Техніка, 2004. – 416 с.