

Форма № 09/18

Затверджена рішенням вченої ради ІДГУ  
від 30.08.2018 р., протокол № 1

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**  
**ІЗМАЇЛЬСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ГУМАНІТАРНИЙ УНІВЕРСИТЕТ**  
**ФАКУЛЬТЕТ УПРАВЛІННЯ, АДМІНІСТРУВАННЯ ТА ІНФОРМАЦІЙНОЇ**  
**ДІЯЛЬНОСТІ**  
**КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ, ІНФОРМАТИКИ ТА ІНФОРМАЦІЙНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ**

**«ЗАТВЕРДЖЕНО»**

Навчально-методичною радою ІДГУ  
Протокол № 4 від 15.01.2019 р.

Голова НМР Н. М. Кольцун

**РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ**

**Алгебра та теорія чисел**

*(назва навчальної дисципліни)*

освітній ступінь бакалавр

*(назва освітнього ступеня)*

галузь знань 01 Освіта/Педагогіка

*(шифр і назва галузі знань)*

спеціальність 014.09 Середня освіта (Інформатика)

*(код і назва спеціальності)*

освітня програма / Середня освіта: Інформатика

спеціалізація


*(код і назва спеціальності)*

тип дисципліни вибіркова

*(обов'язкова / вибіркова / факультативна)*

**ПОГОДЖЕНО:**

Гарант освітньо-професійної програми

 доц. Мізюк В.А.  
(підпис, ініціали, прізвище)

**РЕКОМЕНДОВАНО:**

кафедрою \_\_\_\_\_  
протокол № \_\_\_\_\_ від \_\_\_\_\_

Завідувач кафедри \_\_\_\_\_ доц. Івлієва О.М.  
(підпис, ініціали, прізвище)

**ПОГОДЖЕНО:**

Голова науково-методичної ради факультету

 доц. Федорова О.В.  
(підпис, ініціали, прізвище)

**Розробники програми:**

викладач кафедри математики, інформатики та інформаційної діяльності Щоголева Т.М.

**Рецензенти програми:**

кандидат педагогічних наук, доцент, зав.кафедри математики, інформатики та інформаційної діяльності Івлєва О.М.

## 1. ОПИС ДИСЦИПЛІНИ

Найменування показників	Розподіл годин за навчальним планом	
	Денна	Заочна
Кількість кредитів: 4	<i>Лекції:</i>	
	24	6
Модулів:	<i>Практичні заняття:</i>	
Загальна кількість годин:	24	6
Рік вивчення дисципліни за навчальним планом: 3	<i>Лабораторні заняття:</i>	
	--	--
Семестр: 5	<i>Семінарські заняття:</i>	
	--	--
Тижневе навантаження (год.):	<i>Консультації:</i>	
- аудиторне: 3	--	--
- самостійна робота: 5	<i>Індивідуальні заняття:</i>	
Форма підсумкового контролю: залік	--	--
Мова навчання: українська	<i>Самостійна робота:</i>	
	72	108

## 2. МЕТА ДИСЦИПЛІНИ

**Предмет** вивчення навчальної дисципліни Алгебра та теорія чисел множина натуральних чисел, прості та складені числа, кільце цілих чисел, кільце лишків, многочлени від одної та кількох змінних

**Метою** вивчення навчальної дисципліни Алгебра та теорія чисел є: формування у студентів погляду на сучасну алгебру як на науку про системи об'єктів довільної природи, в яких встановлено операції, що за своїми властивостями більш або менш подібні до додавання і множення чисел, вивчення та розв'язання задач, що виникають у цих системах, а також виховання алгебраїчної культури та наукового світогляду, які необхідні майбутньому вчителю для глибокого розуміння цілей та завдань основ шкільного курсу математики, спеціальних факультативних курсів, для проведення наукових досліджень, забезпечення міжпредметних зв'язків.

**Передумови** для вивчення дисципліни «Алгебра та теорія чисел» передбачає попереднє знайомство студентів з дисциплінами «Математичного аналізу», «Лінійна алгебра та аналітична геометрія».

**Міждисциплінарні зв'язки** навчальна дисципліна «Алгебра та теорія чисел» має передувати та забезпечує наступні навчальні дисципліни у програмі підготовки фахівця: Теорія ймовірності, Комплексний аналіз Методика викладання математики, Методи обчислень Методи оптимізації та дослідження операцій.

## 3. ОЧІКУВАНІ РЕЗУЛЬТАТИ НАВЧАННЯ

У результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен набути такі результати навчання:

*Знання*

- предметів та об'єктів вивчення сучасної алгебри і теорії чисел;
- основних понять теорії алгебраїчних систем, зокрема, теорії груп, кілець та полів, теорії подільності у кільцях, теорії конгруенцій, алгебри многочленів від однієї та кількох змінних;
- ключові теоретичні положення курсу; основні методи розв'язання типових задач;

*Уміння*

- розв'язувати основні типи задач, передбачені програмою;
- аналізувати доведення теорем вказувати необхідні та достатні умови; доводити– ключові положення курсу.

#### Комунікація

- Здатність виконувати прості завдання у типових ситуаціях
- Демонструвати навички усного та письмового спілкування державною мовою, висловлюватись та спілкуватися на тему сучасних інформаційних технологій з використанням відповідної термінології.
- Здатність виконувати типові нескладні завдання у типових ситуаціях

#### Автономність та відповідальність

- Володіння інструментальними засобами створення програмних продуктів
- Використовувати та створювати математичні моделі об'єктів та процесів для розв'язування задач із різних предметних галузей засобами інформаційних технологій
- Вміти використовувати різноманітні ресурси для пошуку потрібної інформації, критично аналізувати й опрацьовувати інформацію з метою використання її у сфері професійної діяльності із дотриманням принципів дотримання авторських прав.

### 4. ТЕМАТИЧНИЙ ПЛАН ДИСЦИПЛІНИ

№ з/п	Назви модулів / тем	Кількість годин (денна форма навчання)						Кількість годин (заочна форма навчання)								
		Аудиторні	Лекції	Семинарські (практичні)	Лабораторні	Консультації	Індивідуальні заняття	Самостійна робота	Аудиторні	Лекції	Семинарські (практичні)	Лабораторні	Консультації	Індивідуальні заняття	Самостійна робота	
<b>МОДУЛЬ 1. «Теорія чисел»</b>																
	Тема 1. Теорія подільності цілих чисел.		2	2				8		2					8	
	Тема 1.2. Числові функції. Мультиплікативні функції.		2	2				8		2					8	
	Тема 1.3. Системи числення.		2	2				8								8
	Тема 1.4. Ланцюгові дроби.		2	2				4								8
	Тема 1.5. Теорія конгруенції.		2					4		2	2				8	
	Тема 1.6. Елементи теорії груп Алгебраїчні операції.		2	2				8							8	
	Тема 1.7. Елементи теорії кілець Кільця.			2				8							8	
<b>МОДУЛЬ 2. «Алгебра»</b>																
	Тема 2.1. Кільце многочленів над областю цілісності K.		2	2				8		2	2				8	

Тема 2.2. НСД та НСК многочленів		2	2				8							8
Тема 2.3. Кратні множники многочлена		2	2				4							8
Тема 2.4. Многочлени від кількох змінних							4							8
Тема 2.5. Многочлени від однієї змінної над числовими полями		2	2				8							8
Тема 2.6. Многочлени над полем раціональних чисел		2	2				8							8
Тема 2.7. Алгебраїчні розширення полів		2	2				8							4
<b>Разом:</b>	48	24	24				72		6	6				108

## 5. ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

### 5.1. Зміст навчальної дисципліни за темами

#### 1. «Теорія чисел»

Тема 1.1. Теорія подільності цілих чисел.

Ділення з остачею, теорема про ділення з остачею. Подільність чисел. Прості та складені числа. Найбільший спільний дільник, алгоритм Евкліда. Теорема Евкліда. Основна теорема арифметики. Найменше спільне кратне. Розв'язування лінійних діофантових рівнянь від двох змінних.

Тема 1.2. Числові функції. Мультиплікативні функції. Функції  $[x]$  та  $\{x\}$ . Функція Ойлера  $\varphi(n)$ . Функція Мебіуса  $\mu(n)$ . Кількість всіх дільників натурального числа та сума всіх дільників натурального числа.

Тема 1.3. Системи числення. Операції над системними числами, перехід від однієї системи числення до іншої. Нестандартні системи числення. Ознаки подільності.

Тема 1.4. Ланцюгові дроби. Скінченні та нескінченні ланцюгові дроби. Запис раціонального числа за допомогою ланцюгового дроби. Теорема Лагранжа про квадратичну ірраціональність. Підхідні дроби та їх властивості. Збіжність нескінченних і ланцюгових дробів, формули утворення підхідних дробів. Деякі застосування ланцюгових та підхідних дробів.

Тема 1.5. Теорія конгруенції. Конгруенції та їх застосування. Арифметика конгруенцій. Теорема Вільсона про конгруенції. Лінійні конгруенції з однією та декількома змінними. Теорія конгруенції. Конгруенції та їх застосування. Арифметика конгруенцій. Теорема

Тема 1.6. Елементи теорії груп Алгебраїчні операції. Групи Зміст. Алгебраїчні операції та алгебраїчні системи. Групоїд, напівгрупа, моноїд, група. Приклади груп. Підгрупи, властивості. Циклічні групи. Ізоморфізм груп. Групи підстановок. Групи симетрій геометричних фігур. Розклад групи за підгрупою. Нормальні дільники та фактор-групи. Гомоморфізми груп Зміст. Суміжні класи. Розклад групи за підгрупою. Теорема Лагранжа та наслідки з неї. Нормальні підгрупи. Фактор-групи та гомоморфізми груп.

Тема 1.7. Елементи теорії кілець Кільця. Означення та найпростіші властивості кілець. Типи кілець. Поля. Підкілець. Кільця класів лишків. Подільність у кільцях. Зміст. Теорія подільності в областях цілісності. Прості елементи кільця. НСД елементів області цілісності. Ідеали кілець. Фактор-кілець та гомоморфізми кілець. Зміст. Ідеали кілець, їх властивості. Подільність ідеалів. Фактор-кілець. Гомоморфізми кілець. Кільця головних ідеалів, евклідові та факторіальні кільця Зміст. Кільця головних ідеалів. Евклідові кільця, їх властивості. Факторіальність евклідових кілець.

## 2. «Алгебра»

Тема 2.1. Кільце многочленів над областю цілісності  $K$ . Побудова кільця многочленів  $K[x]$  над областю цілісності  $K$ . Многочлени від однієї змінної над полем  $P$ . Ділення з остачею в кільці многочленів  $P[x]$ . Евклідовість кільця  $P[x]$ . Подільність многочленів у кільці  $K[x]$ . Властивості подільності многочленів над областями цілісності. Ділення многочлена на двочлен  $(x - a)$ . Схема Горнера. Розклад многочлена за степенями  $(x - a)$ . Теорема Безу. Алгебраїчна та функціональна рівність многочленів.

Тема 2.2. НСД та НСК многочленів Найбільший спільний дільник та найменше спільне кратне у кільці многочленів  $P[x]$ . Алгоритм Евкліда знаходження НСД двох многочленів. Лінійне представлення НСД двох многочленів. Звідність многочленів над полем Звідність многочленів над полем. Розклад многочлена у добуток незвідних многочленів і єдиність такого представлення. Похідна многочлена над полем нульової характеристики. Застосування схеми Горнера до обчислення похідних многочлена у точці. Формула Тейлора. Корені многочлена. Кратні корені.

Тема 2.4. Кратні множники многочлена Зміст. Теорема про незвідний кратний множник многочлена та його похідної. Відокремлення кратних множників многочлена. Корені многочлена Існування коренів многочлена. Поняття про поле розкладу многочлена. Інтерполяція многочленів. Поле алгебраїчних дробів.

Тема 2.5. Многочлени від кількох змінних Побудова кільця многочленів від багатьох змінних над областю цілісності. Основні властивості кільця  $K[x_1, x_2, \dots, x_p]$ . Теорія подільності у кільці многочленів від багатьох змінних змінних. Факторіальність кільця  $P[x_1, x_2, \dots, x_p]$ . Лексикографічне впорядкування членів многочлена. Вищий член многочлена. Вищий член добутку многочленів. Симетричні многочлени Симетричні многочлени. Основна теорема теорії симетричних многочленів та наслідок з неї. Формули Вієта та їх зв'язок з основними симетричними. Результат двох многочленів. Виключення невідомих із системи двох рівнянь вищих степенів з двома невідомими за допомогою результанта.

Тема 2.6. Многочлени від однієї змінної над числовими полями Многочлени над полями дійсних та комплексних чисел. Властивості многочленів з комплексними коефіцієнтами. Алгебраїчна замкненість поля комплексних чисел. Розкладання многочлена над полем  $C$  у добуток лінійних множників. Властивості комплексних коренів многочлена з дійсними коефіцієнтами. Звідність многочленів над полями дійсних та комплексних чисел. Розв'язування рівнянь 3 та 4 степеня Зміст. Розв'язування рівнянь 3 та 4 степеня у радикалах. Теорема Руфіні-Абеля.

Тема 2.7. Многочлени над полем раціональних чисел Зміст. Многочлени над полем раціональних чисел та кільцем цілих чисел. Критерій Ейзенштейна. Цілі та раціональні корені многочлена з цілими коефіцієнтами.

Тема 2.8. Алгебраїчні розширення полів Алгебраїчні і трансцендентні числа. Алгебраїчні і трансцендентні числа. Мінімальний многочлен алгебраїчного числа. Поле алгебраїчних чисел. Розширення полів. Зміст. Побудова простого алгебраїчного розширення поля. Типи розширень полів. Простота складеного алгебраїчного розширення поля. Позбавлення від алгебраїчної ірраціональності у знаменнику дробу. Розв'язність рівнянь у радикалах Зміст. Поняття розв'язності рівняння у радикалах. Умови розв'язності рівнянь 3 степеня у квадратних радикалах. Побудова чисел за допомогою циркуля та лінійки. Класичні задачі.

### 5.2. Тематика семінарських (практичних, лабораторних) занять.

№ п/п	Тема практичної роботи	Кількість годин		Форми контролю знань
		денна	заочна	
<b>1 заліковий кредит</b>				
1.	Бінарні дії та їх властивості. Напівгрупи, моноїди, групи: перевірка аксіом, встановлення ізоморфізму. Обчислення порядків елементів групи	2	2	Перевірка самост. роботи
2.	Кільця та підкільця. Знаходження дільників нуля, одиниці та нільпотентних елементів у кільцях. Ідеали кілець	2		Перевірка самост. роботи
3	Поля, приклади та автоморфізми. Прості розширення полів, обчислення в них. Степень розширення. Скінченні поля	2		Перевірка самост. роботи
4	<i>Комплексна контрольна робота</i>	2		Тестові завдання
5	Комплексні числа, форми зображення, алгебра комплексних чисел	2	2	Перевірка самост. роботи
6	Формула Муавра. Первісні корені з одиниці, їх властивості	2		Перевірка самост. роботи
7	<i>Комплексна контрольна робота</i>	2		Індивідуальні завдання
8	Основні поняття та теореми теорії подільності. Найбільший спільний дільник. Найменше спільне кратне.. Прості числа та їх властивості, розклад на прості співмножники.	2	2	Перевірка самост. роботи
9.	Функції $[x]$ , $\{x\}$ . Мультиплікативна функція. Функція М'юбіуса. Функція Ейлера.	2		Перевірка самост. роботи
10.	Основні поняття та властивості порівнянь. Повна та зведена системи лишків. Теореми Ейлера і Ферма	2		Перевірка самост. роботи
11.	Загальні поняття. Порівняння першого степеня, система порівнянь першого степеня. Кількість розв'язків.	2		Перевірка самост. роботи
12.	Порівняння будь-якого степеня за простим модулем	2		Перевірка самост. роботи

### 5.3. Організація самостійної роботи студентів.

№ з/п	Вид роботи	Кількість годин		Форми звітності
		денна	заочна	
1.	Опрацювання лекційного матеріалу	8	16	Відповіді на практичних заняттях
2.	Підготовка до практичних занять.	12	22	Відповіді на практичних заняттях
3	Підготовка до модульного контролю	4	4	Написання модульної контрольної роботи

4	Робота з Інтернет-ресурсами.	2	10	
5	Виконання розрахункових робіт за темами.	10	10	Наявність робіт
6	Опрацювання тем, винесених на самостійну підготовку, в т.ч. конспектування за заданим планом.	30	30	Конспект опрацьованих тем
7	Розв'язування задач, виконання вправ.	6	6	Наявність виконаних вправ
	<b>Разом</b>	<b>72</b>	<b>108</b>	

### Тематика індивідуальних (групових) завдань

#### Опрацювання програмного матеріалу, що не викладається на лекціях:

1. Розв'язування лінійних діофантових рівнянь від двох змінних.
2. Мультиплікативні функції.
3. Функція Ейлера, функція Мебіуса.
4. Порівняння, модулярна арифметика.
5. Головні ідеали комутативних кілець. Будова комутативних простих кілець/
6. Характеристика поля. Приклад скінченного непростого поля. Будова простих полів характеристики. Будова простих полів характеристики/
7. Розклад на незвідні множники у кільці поліномів.
8. Єдиність розкладу на прості елементи у евклідових кільцях. Приклад кільця, де розклад на прості множники не є єдиним.

#### Самостійна робота за темою Подільність у кільці $Z$ . Прості числа їх властивості. Числові функції їх властивості та застосування. Ланцюгові дроби. Конгруенції 1-го степеня та їх розв'язок.

1. Довести, що добуток двох послідовних чисел ділиться на 2, трьох на 6, чотирьох на 24 і т.д.
2. Знайти всі Піфагорові трійки і довести: а) що якщо сторони прямокутного трикутника натуральні числа, то одна сторона ділиться на 3, одна із сторін ділиться на 4, і одна із сторін ділиться на 5. б) якщо сторони прямокутника (чотирикутника) натуральне число, то 12 ділить його площину.
3. Розв'язати різні задачі на властивості простих чисел.
4. Побудувати послідовності натуральних чисел як завгодно великої величини, які не мають простих чисел.
5. Задачі на існування простих чисел у арифметичних прогресіях.
6. Задачі на зв'язок НОК і НОД.
7. Задачі на зв'язок числових функцій. Розв'язок рівнянь  $\varphi(x) = a$ .
8. Показати на прикладах, що квадратична ірраціональність є нескінчений періодичний ланцюговий дріб і навпаки, будь-який періодичний ланцюговий дріб є ірраціональний корінь рівняння  $ax^2 + bx + c = 0$ ;  $a, b, c \in Z$ .

#### Самостійна робота за темою Конгруенції вищих степенів та їх розв'язок. Многочлени $f(x) \in R[x]$

1. Основні властивості  $\equiv \pmod{m}$ . Довести ці властивості.
2. Побудувати фактор-кілеце по  $\pmod{m}$  і знайти необхідні і достатні умови, коли вони є поле.
3. вивести ознаки подільності на 2,3,6,9,5,7,11,13.
4. Розв'язок рівнянь  $ax+by=m$ ,  $(a,b)=1$ ,  $(a,m)=1$ . у цілих чисел.
5. Розв'язок рівнянь  $x^2+y^2=mp$ ,  $p$  – *просте число* у цілих числах. Знайти яким буде  $p$ , якщо а)  $m=1$ ; б)  $m=2$ .
6. Розв'язати конгруенції:
  1.  $ax(x-b) \equiv 3 \pmod{(2^2, 3^2, 5^2)}$
  2.  $ax^{31} \equiv d \pmod{41}$ , розв'язати індексуванням



$$3. x^2 \equiv d \pmod{257}$$

$$4. x^2 \equiv n \pmod{2^6}$$

Де a, b, c, d приймають значення

a	b	c	d	p	N
31	-23	2	15	41	-47
17	23	3	36	-	-31
19	7	2	10	-	-7

**Самостійна робота за темою** Многочлени  $f(x)$  над полем  $\mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C}$  їх властивості

1. Розкласти у незвідні множники многочлени, використовуючи алгоритм розкладу.
2. Знайти цілі і раціональні корені у заданих многочленів.
3. Відокремити дійсні корені  $f(x)$  методом штурма.
4. Побудувати поле розкладу для заданих многочленів.

**Самостійна робота за темою** Многочлени від  $n$  – змінних. Розширення полів

1. Застосувати симетричні многочлени до розв'язку різних задач з алгебри.
2. Застосувати дискримінант та результат до розв'язку заданих систем 2-х рівнянь з двома невідомими.

$$\begin{cases} f(x, y) = 0, \\ g(x, y) = 0. \end{cases}$$

3. Розв'язок різних задач на побудову за допомогою піфагорових розширень поля

## 6. ФОРМИ ПОТОЧНОГО ТА ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ

### 6.1. Форми поточного контролю.

Поточний контроль знань студентів упродовж одного семестру включає бали за роботу на практичних заняттях, а також оцінювання всіх видів самостійної роботи. Оцінювання роботи на практичних заняттях, індивідуальної та самостійної роботи здійснюється за шкалою від «0» до «5». Критерії оцінювання поточного, проміжного та підсумкового контролю визначаються Положенням із врахуванням вагових коефіцієнтів: – поточного контролю: для дисциплін, що завершуються заліком – 0,7; – проміжного контролю: для дисциплін, що завершуються заліком – 0,3.

Кожен вид роботи фіксується у відповідній графі академічного журналу з обов'язковим позначенням виду роботи та дати проведення. У кожній клітинці академічного журналу записується лише одна оцінка, позначки «+» та «-» не допускаються. У разі пропуску заняття здобувачем у графах контролю викладачі роблять позначку н/. Здобувач вищої освіти, який з поважних причин, підтверджених документально, не мав можливості брати участь у формах поточного контролю та виконати індивідуальне завдання і самостійну роботу, має право на відпрацювання у двотижневий термін після повернення до навчання, але до початку екзаменаційної сесії. Студент, який не використав надане йому право у встановлений термін або пропустив заняття без поважних причин, отримує за кожне пропущення заняття 0 балів.

Після завершення вивчення дисципліни викладач виводить середньозважений бал, який переводиться у 100-бальну шкалу з відповідним ваговим коефіцієнтом. Підрахунки середньозваженого балу здійснюються з точністю до другого знака після коми. Кількість балів за поточний контроль округлюють до цілих.

### 6.2. Форми проміжного контролю.

Проміжний контроль проводиться у формі модульної контрольної роботи. До проміжного контролю допускаються всі студенти. Проміжний контроль проводиться за розкладом, затвердженим деканом факультету. Оцінювання проміжного контролю здійснюється за шкалою від «0» до «30». Результати проміжного контролю фіксуються у відповідній графі академічного журналу. Результати проміжного контролю мають бути внесені до відомості обліку успішності

здобувачів вищої освіти протягом 2-х днів після його проведення, але обов'язково до початку екзаменаційної сесії. Оцінка з проміжного контролю не перескладається. У випадку відсутності студента на проміжному контролі з поважної причини, підтвердженої документально, деканатом складається додатковий розклад.

### 6.3. *Форми підсумкового контролю.*

Залік – це форма підсумкового контролю, що полягає в оцінюванні рівня опанування студентами навчального матеріалу виключно на підставі результатів виконання ними певних видів робіт, зазначених у робочій програмі навчальної дисципліни. Оцінка за семестр з дисципліни, з якої передбачений залік, виставляється після закінчення її вивчення (до початку екзаменаційної сесії) за результатами поточного (ваговий коефіцієнт – 0,7) та проміжного (ваговий коефіцієнт – 0,3) контролю. При цьому обов'язкової присутності здобувачів вищої освіти під час заліку не передбачено.

## 7. ЗАСОБИ ДІАГНОСТИКИ РЕЗУЛЬТАТІВ НАВЧАННЯ

Для визначення рівня засвоєння студентами навчального матеріалу використовуються такі методи оцінювання знань: проведення контрольних робіт після вивчення певних змістових модулів; перевірка домашніх робіт; опитування підчас практичних занять; підсумкова модульна контрольна робота. Для діагностики знань використовується кредитно-рейтингова система за 100-бальною шкалою оцінювання.

### Приклади завдань до модульної контрольної роботи

**За темою Подільність у кільці  $Z$ . Прості числа їх властивості. Числові функції їх властивості та застосування. Ланцюгові дроби. Конгруенції 1-го степеня та їх розв'язок.**

1. Знайти  $x, y$ , якщо відомо

$$1в. \begin{cases} x + y = 144, \\ (x, y) = 24 \end{cases}$$

$$2в. \begin{cases} xy = 20, \\ [x, y] = 10. \end{cases}$$

2. Знайти  $x = p^\alpha q^\beta$ , якщо

$$1в. \begin{cases} \tau(x) = 6, \\ \sigma(x) = 28 \end{cases}$$

$$2в. \begin{cases} \tau(x) = 6, \\ \sigma(x) = 39. \end{cases}$$

3. Знайти всі прості  $p$ , для яких

$$1в. p+2, p+4 \text{ прості};$$

$$2в. p+4, p+8 \text{ прості}$$

4. Розв'язати рівняння

$$1в. \varphi(x) = \frac{1}{2}x;$$

$$2в. \varphi(x) = \frac{2}{3}x$$

5. Корені якого рівняння є ланцюгові дроби

$$1в. [2, (3, 4)];$$

$$2в. [3, (4, 1)]$$

6. Розв'язати рівняння користуючись підходящими дробами

$$1в. 3x+5y=7;$$

$$2в. 2x+7y=11$$

**За темою Конгруенції вищих степенів та їх розв'язок. Многочлени  $f(x) \in R[x]$**

1. Розв'язати конгруенцію  $ax(x-b) \equiv 30(2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2)$

2. Розв'язати індексуванням  $ax^{31} \equiv d \pmod{41}$

3. Знайти всі первісні корені по  $\text{mod } p$ . Розв'язати  $x^2 \equiv d \pmod{257}$

4. Розв'язати  $x^2 \equiv n \pmod{2^6}$ ,  $n \equiv 1 \pmod{8}$ .

5. Знайти показник, якому належить  $d$  по  $\text{mod } 41$

№	a	b	c	d	p	n
1.	11	1	3	28	7	-39
2.	19	11	2	18	19	1
3.	23	-7	3	21	41	9
4.	31	-19	3	22	11	17
5.	37	12	2	28	23	25

6.	23	-23	3	16	17	39
7.	17	23	2	28	29	41
8.	31	-19	3	38	13	19
9.	13	-7	2	35	23	57
10.	17	7	3	34	7	1
11.	19	-13	3	40	29	9
12.	37	13	2	30	19	49
13.	40	-11	2	20	11	-31
14.	43	11	3	32	31	57
15.	31	-17	2	27	43	25
16.	29	17	3	29	41	-47
17.	7	-19	2	19	29	9
18.	19	19	3	31	7	17
19.	13	-1	3	16	19	11
20.	17	1	2	30	17	-39

**За темою Многочлени від  $n$  – змінних. Розширення полів**

- Виділити кратні множники  
 1в.  $f(x) = x^3 - 3x + 2$ ;      2в.  $f(x) = x^3 + 4x^2 + 5x + 2$
- Знайти цілі раціональні корені та визначити їх кратність  
 1в.  $f(x) = 3x^5 - 11x^4 - 12x^3 + 48x^2 + 30x - 36$ ;  
 2в.  $f(x) = 4x^5 - 12x^4 - 27^3 + 60x^2 + 63x - 108$
- Розв'язати рівняння 4-го степеня  
 1в.  $x^4 + x^3 + 6x^2 + 2x + 8 = 0$ ;  
 2в.  $x^4 - x^3 - 3x^2 + 5x - 10 = 0$
- Методом Штурма відокремити дійсні корені  
 1в.  $\varphi(x) = x^3 - 4x + 2$ ;  
 2в.  $\varphi(x) = x^3 - 3x - 1$
- Користуючись ф. Вієта знайти суму квадратних коренів не обчислюючи їх.  
 1в.  $f(x) = x^3 + 2x^2 + 3x - 1$ ;  
 2в.  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x + 2$
- Побудувати поле розкладу  
 1в.  $f(x) = (x^2 - 4)(x^2 - 3)$ ;  
 2в.  $f(x) = (x^2 - 5)(x^2 - 7)$

**За темою Многочлени від  $n$  – змінних. Розширення полів**

- Представити через елементарні симетричні  
 1в.  $f(x_1, x_2, x_3) = 3x_1^3 + 3x_2^3 + 3x_3^3 + x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$ ;  
 2в.  $f(x_1, x_2, x_3) = 6x_1^6 + 6x_2^3 + 6x_3^3 + 2x_1^2 + 2x_2^2 + 2x_3^2$
- Розв'язати систему користуючись результатом  
 1в.  $\begin{cases} (y-1)x^2 - yx + 1 = 0; \\ (y-1)x^2 - x + y = 0 \end{cases}$       2в.  $\begin{cases} x^2 + (y+1)x + (y+1) = 0; \\ x^2 + yx + (2y+2) = 0 \end{cases}$
- Позбавитись від ірраціональності у знаменнику дробу.  
 1в.  $\frac{1 + \sqrt{3}}{\sqrt[3]{4} + 2\sqrt[3]{2} - 1}$ ;      2в.  $\frac{\sqrt[3]{5} - 1}{\sqrt[3]{9} + 2\sqrt[3]{3} + 3}$ .
- З'ясувати через дискримінант, чи має многочлен кратні корені.  
 1в.  $\varphi(x) = x^3 + x^2 - x + 1$ ;  
 2в.  $\varphi(x) = x^3 - 3x + 2$
- Розв'язати систему користуючись елементарним симетричним многочленом

$$1в. \begin{cases} x^3 + y^3 = 7; \\ x + y = 1 \end{cases} \quad 2в. \begin{cases} 3x^3 + 3y^3 = 27; \\ x + y = 3 \end{cases}$$

6. 1в. Показати, що  $Q(\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5})$  є Піфагорові розширення поля  $Q$ .  
 2в. Довести, що рівняння  $x^4 + x^3 - 4x^2 - 6x - 2 = 0$  нерозв'язне у квадратних радикалах ні над яким полем.
7. 1в. Показати, що кут  $\alpha = 130^\circ$  можна поділити на 3 рівні частини.  
 2в. Довести, що правильний дев'ятикутник неможна побудувати за допомогою циркуля і лінійки.

## 8. КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ НАВЧАННЯ

### 8.1. Шкала та критерії оцінювання знань студентів.

Рівні навчальних досягнень	100-бальна шкала	Критерії оцінювання навчальних досягнень	
		Теоретична підготовка	Практична підготовка
		Студент	
<b>Відмінний</b>	<b>100...90</b>	вільно володіє навчальним матеріалом, висловлює свої думки, робить аргументовані висновки, рецензує відповіді інших студентів, творчо виконує індивідуальні та колективні завдання; самостійно знаходить додаткову інформацію та використовує її для реалізації поставлених перед ним завдань; вільно використовує нові інформаційні технології для поповнення власних знань	може аргументовано обрати раціональний спосіб виконання завдання й оцінити результати власної практичної діяльності; виконує завдання, не передбачені навчальною програмою; вільно використовує знання для розв'язання поставлених перед ним завдань
<b>Достатній</b>	<b>89...70</b>	вільно володіє навчальним матеріалом, застосовує знання на практиці; узагальнює і систематизує навчальну інформацію, але допускає незначні огріхи у порівняннях, формулюванні висновків, застосуванні теоретичних знань на практиці	за зразком самостійно виконує практичні завдання, передбачені програмою; має стійкі навички виконання завдання
<b>Задовільний</b>	<b>69...51</b>	володіє навчальним матеріалом поверхово, фрагментарно, на рівні запам'ятовування відтворює певну частину навчального матеріалу з елементами логічних зв'язків, знає основні поняття навчального матеріалу	має елементарні, нестійкі навички виконання завдань

Рівні навчальних досягнень	100-бальна шкала	Критерії оцінювання навчальних досягнень	
		Теоретична підготовка	Практична підготовка
		Студент	
<b>Незадовільний</b>	<b>50...26</b>	має фрагментарні знання (менше половини) при незначному загальному обсязі навчального матеріалу; відсутні сформовані уміння та навички; під час відповіді допущено суттєві помилки	планує та виконує частину завдання за допомогою викладача
<b>Неприйнятний</b>	<b>25...1</b>	студент не володіє навчальним матеріалом	виконує лише елементи завдання, потребує постійної допомоги викладача

8.2. Критерії оцінювання під час аудиторних занять.

Оцінка	Критерії оцінювання навчальних досягнень
<b>5 балів</b>	Оцінюється робота студента, який у повному обсязі володіє навчальним матеріалом, вільно, самостійно та аргументовано його викладає, глибоко та всебічно розкриває зміст теоретичних запитань та практичних завдань, використовуючи при цьому обов'язкову та додаткову літературу, вільно послуговується науковою термінологією, розв'язує задачі стандартним або оригінальним способом, наводить аргументи на підтвердження власних думок, здійснює аналіз та робить висновки.
<b>4 бали</b>	Оцінюється робота студента, який достатньо повно володіє навчальним матеріалом, обґрунтовано його викладає, в основному розкриває зміст теоретичних запитань та практичних завдань, використовуючи при цьому обов'язкову літературу, розв'язує задачі стандартним способом, послуговується науковою термінологією. Але при висвітленні деяких питань не вистачає достатньої глибини та аргументації, допускаються при цьому окремі неістотні неточності та незначні помилки.
<b>3 бали</b>	Оцінюється робота студента, який відтворює значну частину навчального матеріалу, висвітлює його основний зміст, виявляє елементарні знання окремих положень, записує основні формули, рівняння, закони. Не здатний до глибокого, всебічного аналізу, обґрунтування та аргументації, не користується необхідною літературою, допускає істотні неточності та помилки.
<b>2 бали</b>	Оцінюється робота студента, який не володіє навчальним матеріалом у достатньому обсязі, проте фрагментарно, поверхово (без аргументації та обґрунтування) викладає окремі питання навчальної дисципліни, не розкриває зміст теоретичних питань і практичних завдань.
<b>1 бал</b>	Оцінюється робота студента, який не в змозі викласти зміст більшості питань теми та курсу, володіє навчальним матеріалом на рівні розпізнавання явищ, допускає істотні помилки, відповідає на запитання, що потребують однослівної відповіді.
<b>0 балів</b>	Оцінюється робота студента, який не володіє навчальним матеріалом та не в змозі його висвітлити, не розуміє змісту теоретичних питань та практичних завдань.

8.3. Критерії оцінювання індивідуальних завдань.

<b>Оцінка</b>	<b>Критерії оцінювання навчальних досягнень</b>
<b>5 балів</b>	Оцінюється робота студента, який у повному обсязі володіє навчальним матеріалом, вільно, самостійно та аргументовано його викладає, глибоко та всебічно розкриває зміст теоретичних запитань та практичних завдань, використовуючи при цьому обов'язкову та додаткову літературу, вільно послуговується науковою термінологією, розв'язує задачі стандартним або оригінальним способом, наводить аргументи на підтвердження власних думок, здійснює аналіз та робить висновки.
<b>4 бали</b>	Оцінюється робота студента, який достатньо повно володіє навчальним матеріалом, обґрунтовано його викладає, в основному розкриває зміст теоретичних запитань та практичних завдань, використовуючи при цьому обов'язкову літературу, розв'язує задачі стандартним способом, послуговується науковою термінологією. Але при висвітленні деяких питань не вистачає достатньої глибини та аргументації, допускаються при цьому окремі неістотні неточності та незначні помилки.
<b>3 бали</b>	Оцінюється робота студента, який відтворює значну частину навчального матеріалу, висвітлює його основний зміст, виявляє елементарні знання окремих положень, записує основні формули, рівняння, закони. Не здатний до глибокого, всебічного аналізу, обґрунтування та аргументації, не користується необхідною літературою, допускає істотні неточності та помилки.
<b>2 бали</b>	Оцінюється робота студента, який не володіє навчальним матеріалом у достатньому обсязі, проте фрагментарно, поверхово (без аргументації та обґрунтування) викладає окремі питання навчальної дисципліни, не розкриває зміст теоретичних питань і практичних завдань.
<b>1 бал</b>	Оцінюється робота студента, який не в змозі викласти зміст більшості питань теми та курсу, володіє навчальним матеріалом на рівні розпізнавання явищ, допускає істотні помилки, відповідає на запитання, що потребують однослівної відповіді.
<b>0 балів</b>	Оцінюється робота студента, який не володіє навчальним матеріалом та не в змозі його висвітлити, не розуміє змісту теоретичних питань та практичних завдань.

8.4. Критерії оцінювання модульної контрольної роботи.

<b>Рівні навчальних досягнень</b>	<b>10-бальна шкала</b>	<b>Критерії оцінювання навчальних досягнень</b>
<b>Відмінний</b>	<b>30-27</b>	може аргументовано обрати раціональний спосіб виконання завдання й оцінити результати власної практичної діяльності; виконує завдання, не передбачені навчальною програмою; вільно використовує знання для розв'язання поставлених перед ним завдань
<b>Достатній</b>	<b>26-21</b>	за зразком самостійно виконує практичні завдання, передбачені програмою; має стійкі навички виконання завдання
<b>Задовільний</b>	<b>20-16</b>	має елементарні, нестійкі навички

		виконання завдань
<b>Незадовільний</b>	<b>15-0</b>	планує та виконує частину завдання за допомогою викладача

8.5. Критерії оцінювання під час підсумкового контролю.

Підсумковий бал	Оцінка за традиційною шкалою
	залік
90-100	зараховано
89-70	
51-69	
26-50	незараховано

### 9. ІНСТРУМЕНТИ, ОБЛАДНАННЯ ТА ПРОГРАМНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ, ВИКОРИСТАННЯ ЯКИХ ПЕРЕДБАЧАЄ НАВЧАЛЬНА ДИСЦИПЛІНА

На практичних потрібен комп'ютерний клас з програмами

1. Maple, Mathcad, MatLAB
2. Алгоритмічна мова C++
3. MS EXCEL

### 10. РЕКОМЕНДОВАНІ ДЖЕРЕЛА ІНФОРМАЦІЇ

#### Основна

1. Бородін О.І. Теорія чисел. – К.: Вища школа, 1970.– 276 с.
2. Завало С.Т., Костарчук В.М., Хацет Б.І. Алгебра і теорія чисел. – К.: Вища школа, ч. 2, 1974.– 408 с.
3. Грибанов В.У., Титов П.И. Сборник упражнений по теории чисел. – М.: Просвещение, – 1964.– 164 с.
4. Завало С.Т. та ін. Алгебра і теорія чисел. Практикум. Ч.2.–К. Вища школа,–1986.–264с.
5. Завало С.Т. та ін. Алгебра і теорія чисел. Практикум. Ч.1.–К.:Вища школа,–1983.–232с.
6. Куликов Л.Я. Алгебра и теория чисел. – М.: Высшая школа, – 1979.–560с.
7. Требенко Д.Я., Требенко О.О. Алгебра і теорія чисел.– К.:НПУ імені М.П. Драгоманова, 2006. –Ч.І. – 400 с.
8. Фаддеев Д.К., Соминский И.С. Сборник задач по высшей алгебре. – М.: Наука, 1977.– 416 с.
9. Лиман Ф.М., Лукашова Т.Д. Елементи теорії груп, кілець та полів. –Суми: Вид-во Макден, 2013.– 208 с.

#### Додаткова:

9. Бухштаб А.А. Теорія чисел. – М.: Высшая школа. – 1967.– 384 с.
10. Виноградов И.М. Основы теории чисел. – М.: Наука, – 1965.– 168 с.
11. Завало С.Т. Курс алгебри.– К.: Вища школа, 1985.– 504 с.
12. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. – М.: Наука. –1971.–432 с.
13. Лиман Ф.М. Елементи теорії груп, кілець та полів. –Суми: Вид-воСумДПУ ім. А.С. Макаренка, 2005.– 112 с.
14. Окунев Л.Я. Высшая алгебра. – М.: Просвещение. – 1966.– 335 с.
15. Окунев Л.Я. Сборник задач по высшей алгебре. –М.: Просвещение. – 184с.