

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ІЗМАЇЛЬСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ГУМАНІТАРНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ФАКУЛЬТЕТ УПРАВЛІННЯ, АДМІНІСТРУВАННЯ ТА
ІНФОРМАЦІЙНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ
КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ, ІНФОРМАТИКИ ТА ІНФОРМАЦІЙНОЇ
ДІЯЛЬНОСТІ

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Диференціальна геометрія і топологія

(назва навчальної дисципліни)

освітньо-професійний ступінь бакалавр
(назва освітнього ступеня)

галузь знань 01 Освіта/Педагогіка
(шифр і назва галузі знань)

спеціальність 014 Середня освіта

предметна спеціальність 014.04 Математика

освітня програма Середня освіта: математика

тип дисципліни обов'язкова

ПОГОДЖЕНО:

Гарант освітньо-професійної програми


Івлієва О.М.
(підпис, ініціали, прізвище)

РЕКОМЕНДОВАНО:

кафедрою математики, інформатики та інформаційної діяльності

протокол № 11 від 29.06.18

Завідувач кафедри 
Івлієва О.М.
(підпис, ініціали, прізвище)

ПОГОДЖЕНО:

Голова навчально-методичної ради факультету управління, адміністрування та інформаційної діяльності


доц. Федорова О.В.
(підпис, ініціали, прізвище)

Розробники програми:

Воробйов Яків Анатолійович, кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри математики, інформатики та інформаційної діяльності

Рецензенти програми:

Івлієва Ольга Михайлівна, кандидат педагогічних наук, доцент кафедри математики, інформатики та інформаційної діяльності

1. ОПИС ДИСЦИПЛІНИ

Найменування показників	Розподіл годин за навчальним планом	
	Денна	Заочна
Кількість кредитів: 4	<i>Лекції:</i>	
	22	4
Модулів: 2	<i>Практичні заняття:</i>	
Загальна кількість годин: 120	24	8
Рік вивчення дисципліни за навчальним планом: 3	<i>Лабораторні заняття:</i>	
	--	--
Семестр: 6	<i>Семінарські заняття:</i>	
	--	--
Тижневе навантаження (год.): 7	<i>Консультації:</i>	
- аудиторне: 3	2	-
- самостійна робота: 4	<i>Індивідуальні заняття:</i>	
Форма підсумкового контролю: екзамен	--	--
Мова навчання: українська	<i>Самостійна робота:</i>	
	72	108

2. МЕТА ДИСЦИПЛІНИ

Предмет вивчення навчальної дисципліни «Диференціальна геометрія та топологія», яка є частиною математики, займає в ній особливе місце як потужний інструмент дослідження основ математики та обґрунтування самої математичної науки.

Міждисциплінарні зв'язки. Перелік дисциплін, на які безпосередньо спирається вивчення даної дисципліни «Диференціальна геометрія і топологія» є опанування таких навчальних дисциплін освітньої програми: Математичний аналіз, Лінійна алгебра, Аналітична геометрія, Функціональний аналіз.

Мета викладання дисципліни «Диференціальна геометрія і топологія»: цей курс покликаний розвинути у майбутнього вчителя математики просторову уяву у взаємозв'язку з аналітичними методами, з груповою і структурною точками зору на геометрію, сформуванню достатньо широкого погляду на геометрію кривих та поверхонь, виходячи з понять топологічного простору та топологічного многовиду. Студенти повинні глибоко зрозуміти різні означення кривих та поверхонь, різні способи їх аналітичного визначення, задачі внутрішньої геометрії поверхні.

Основними **завданнями** вивчення дисципліни «Диференціальна геометрія і топологія» є забезпечення вирішення завдань загальноосвітньої, методологічної та професійної підготовки майбутніх учителів математики. Програма курсу диференціальної геометрії і топології визначає обсяг знань, необхідних для фахової підготовки вчителя математики середньої школи. Вивчення курсу має за мету ґрунтовну математичну підготовку бакалаврів, розвиток їх логічного мислення, глибоке наукове обґрунтування фундаментальних понять курсу; оволодіння математичними методами пізнання навколишнього світу.

3. ОЧІКУВАНІ РЕЗУЛЬТАТИ НАВЧАННЯ

Для обов'язкових навчальних дисциплін

Вивчення навчальної дисципліни передбачає формування та розвиток у студентів компетентностей та програмних результатів навчання відповідно до освітньо-професійної програми «Середня освіта: математика».

Інформація про компетентності та відповідні їм програмні результати навчання за дисципліною

Шифр компетентності	Компетентності	Шифр програмних результатів	Програмні результати навчання
ЗК1	Знання та розуміння предметної області та розуміння професійної діяльності	ПРН 1.	Демонструє знання з теоретичної та прикладної математики та методики її навчання.
ЗК2	Здатність застосовувати знання в практичних ситуаціях		
ЗК3	Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу		
СК1	Здатність формувати в учнів предметні компетентності.		
СК 6	Здатність використовувати системні знання з математики, педагогіки, методики навчання математики, історії їх виникнення та розвитку.		
СК 7	Здатність ефективно застосувати ґрунтовні знання змісту шкільної математики.		
СК 8	Здатність аналізувати математичну задачу, розглядати різні способи її розв'язування.		
СК 9	Здатність забезпечувати розвиток прийомів розумової діяльності та просторової уяви учнів, усвідомлюючи й реалізуючи специфічні можливості процесу навчання		

Матриця відповідності компетентностей результатам навчання за дисципліною

Шифр компетентності	Результати навчання			
	Знання	Уміння/навички	Комунікація	Відповідальність і автономія
ЗК 1.	ПРН 1.			
ЗК 2.	ПРН 1.			
ЗК 3.	ПРН 1.			
СК 1.	ПРН 1.			
СК 6.	ПРН 1.			
СК 7.	ПРН 1.			
СК 8.	ПРН 1.			
СК 9.	ПРН 1.			

III. Тематичний план дисципліни

№ з/п	Назви модулів / тем	Кількість годин (денна форма навчання)						Кількість годин (заочна форма навчання)					
		Аудиторні	Лекції	Семінарські (практичні)	Лабораторні	Консультації	Самостійна робота	Аудиторні	Лекції	Семінарські (практичні)	Лабораторні	Консультації	Самостійна робота
1. Теорія кривих у просторі та на площині													
1.1	Векторні функції скалярного аргументу.	4	2	2	-	-	6	-	-	-	-	-	10
1.2	Криві в просторі. Основні поняття.	4	2	2	-	-	6	2	2	-	-	-	8
1.3.	Довжина дуги кривої. Природна параметризація	4	2	2	-	-	6	2	-	2	-	-	8
1.4	Тригранник Френе.	4	2	2	-	-	6	-	-	-	-	-	10
1.5.	Кривина та скрут просторової кривої.	4	2	2	-	-	6	2	-	2	-	-	8
1.6.	Плоскі криві.	4	2	2	-	-	6	-	-	-	-	-	10
	Разом:	24	12	12	-	-	36	6	2	4	-	-	54
2. Основи теорії елементарних поверхонь та елементи топології													
2.1	Поверхні. Криві на поверхні.	4	2	2	-	-	6	-	-	-	-	-	10
2.2	Перша квадратична форма поверхні.	4	2	2	-	-	6	2	-	2	-	-	8
2.3	Друга квадратична форма поверхні.	4	2	2	-	-	6	-	-	-	-	-	10
2.4	Основна вектор-функція поверхні	4	2	2	-	-	4	2	-	2	-	-	8
2.5	Головні кривини. Гаусова кривина поверхні.	3	1	2	-	-	6	-	-	-	-	-	10
2.6	Топологічні простори.	3	1	2	-	-	8	2	2	-	-	-	8
	Разом:	22	10	12	-	-	36	6	2	4	-	-	54
	Консультація	2	-	-	-	-	2	-	-	-	-	-	-
	УСЬОГО	48	22	24	-	-	72	12	4	8	-	-	108

5. ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

5.1. Зміст навчальної дисципліни за темами

1. Теорія кривих у просторі та на площині

Векторні функції скалярного аргументу. Векторна функція скалярного аргументу. Границя, неперервність, техніка диференціювання. Годограф. Похідна векторфункції сталого модуля. Швидкість обертання одиничної вектор-функції. Ряд Тейлора

Поняття кривої. Звичайні та особливі точки. Поведінка кривої в околі довільної точки в плоскому випадку. Дотична пряма та нормальна площина до кривої, що задана різними способами, в звичайних та особливих точках. Довжина дуги кривої. Природна параметризація. Порядок дотику кривих..

Тригранник Френе. Супровідний тригранник просторової кривої та рівняння його елементів. Формули Френе. Кривина та скрут. Обчислювальні формули.

Плоскі криві. Стичне коло. Еволюта та евольвента. Натуральні рівняння плоских кривих. Обвідна сімейства плоских кривих.

2. Основи теорії елементарних поверхонь та елементи топології

Поняття поверхні. Елементарні поверхні. Координатна сітка. Дотична площина і нормаль до поверхні, заданої векторним рівнянням..

Перша квадратична форма. поверхні. Її застосування до обчислення довжини дуги кривої на поверхні, кута між такими кривими та площі куска поверхні. Основні властивості лінійних однорідних диференціальних рівнянь n-го порядку. Метод варіації сталих (метод Лагранжа).

Друга квадратична форма. поверхні Кривина кривої на поверхні. Теорема Меньє.

Головні кривини. Гаусова кривина. Основна векторфункція поверхні. Головні напрямки та головні кривини. Теорема Ейлера. Теорема Родріга. Обчислення головних напрямків. Гаусова кривина. Типи точок на поверхні.

Основні поняття. Топологічні простори. Неперервні відображення і гомеоморфізми. Топологічні многовиди. Клітчасті многовиди. Ейлерова характеристика. Орієнтовані та неорієнтовані многовиди. Многогранники. Лист Мьобіуса.

Криві та поверхні в топологічних многовидах. Занурення і вкладення. Криві та поверхні в топологічних многовидах як відображення спеціального виду.

5.2. Тематика практичних занять.

№ з/п	Теми практичних робіт	Кількість годин	
		денна	заочна
1	Вектор-функції скалярного аргументу. Означення векторних функцій. Приклади. Годограф. Границя, неперервність, похідна. Властивості границь, похідної. Ряд Тейлора.	2	
2-3	Криві в просторі. Звичайні та особливі точки. Достатня умова звичайної точки. Геометричний зміст похідної. Поведінка плоскої кривої в околі довільної точки. Поняття про порядок дотику кривих. Природна параметризація. Довжина дуги. Дотична пряма і нормальна площина до кривої в просторі	4	2
4-5	Тригранник Френе. Формули Френе. Кривина та скрут. Стична площина просторової кривої. Тригранник Френе. Формули Френе. Обчислювальні формули для кривини та скруту. Геометричний зміст кривини та скруту.	4	2
6	Стичне коло. Плоскі криві. Еволюта та евольвента. Натуральне рівняння кривої	2	
7-8	Поняття елементарної поверхні. Перша квадратична форма. 1. Векторне рівняння елементарної поверхні. Координатна сітка. 2. Дотична площина і нормаль до поверхні. 3. Перша квадратична форма та її застосування	4	2
9	Друга квадратична форма. 1.Означення та подання другої	2	

	квадратичної форми у вигляді скалярного добутку. 2. Основна формула для кривини кривої на поверхні. 3. Теорема Мен'є та наслідок з неї.		
10-11	Головні кривини. Гаусова кривина поверхні. Формула Ейлера, Теорема Родріга. Основна вектор-функція поверхні. Головні напрямки та головні кривини. Обчислення головних напрямків та головних кривин. Гаусова кривина поверхні. Типи точок на поверхні. Лінії кривини та асимптотичні лінії.	4	
12	Топологічні простори. Неперервні відображення і гомеоморфізми. Топологічні многовиди. Клітчасті многовиди. Ейлерова характеристика. Орієнтовані та неорієнтовані многовиди. Многогранники. Лист М'юбіуса.	2	2
	Всього	24	8

5.3. Організація самостійної роботи студентів.

№ з/п	Вид роботи	Кількість годин		Форми звітності
		денна	заочна	
1.	Опрацювання лекційного матеріалу	14	20	Відповіді на практичних заняттях
2.	Підготовка до практичних занять.	24	30	Відповіді на практичних заняттях
3	Підготовка до модульного контролю	4	10	Написання модульної контрольної роботи
4	Робота з Інтернет-ресурсами.	4	12	
5	Виконання контрольних робіт за темами.	10	14	Наявність робіт
6	Колоквіум	16	22	Конспект опрацьованих тем
	Разом	72	108	

Тематика індивідуальних (групових) завдань

Програма колоквіумів

Програма колоквіуму № 1.

I. КРИВІ В ТРИВИМІРНОМУ ПРОСТОРИ

1. Вектор-функції скалярного аргументу. Границя, неперервність, диференційовність.
2. Годограф вектор-функції скалярного аргументу. Звичайні точки. Проста дуга. Теорема про просту дугу. Еквівалентні параметризації.
3. Дві леми про вектор-функції скалярного аргументу.
4. Дотична до кривої в звичайній та в особливій точках.
5. Довжина дуги кривої. Природна параметризація.
6. Порядок дотику кривих.
7. Властивості точкових множин, заданих неявними рівняннями.
8. Дотична до кривої, що визначена системою рівнянь.
9. Стична площина просторової кривої. Точки розпрямлення.
10. Тригранник Френе. Його одиничні вектори.
11. Рівняння елементів тригранника Френе.
12. Кривина кривої. Умова виродження кривої в пряму.
13. Формули Френе.
14. Скрут. Його геометричний зміст. Умова сплюснення кривої.
15. Обчислювальні формули для кривини та скруту у випадку природної параметризації.
16. Обчислювальні формули для кривини та скруту у випадку довільної параметризації.

II. ПЛОСКІ КРИВІ

1. Стичне коло плоскої кривої. Центр і радіус кривини.

2. Еволюта та її властивості.
3. Евольвента та її властивості.
4. Натуральне рівняння плоскої кривої. Основні теореми.

Програма колоквиуму № 2.

ЕЛЕМЕНТИ ТЕОРІЇ ПОВЕРХОНЬ

1. Поняття поверхні. Елементарні поверхні. Координатна сітка.
2. Звичайні точки. Проста параметризація. Еквівалентні параметризації.
3. Дотична площина і нормаль до елементарної поверхні.
4. Перша квадратична форма. Довжина дуги кривої на поверхні.
5. Кут між кривими на поверхні. Кут між координатними лініями.
6. Площа куска поверхні.
7. Друга квадратична форма та обчислення її коефіцієнтів.
8. Подання другої квадратичної форми у вигляді скалярного добутку.
9. Основна формула для кривини кривої на поверхні.
10. Теорема Меньє.
11. Основна вектор-функція поверхні. Її існування та симетричність.
12. Основна вектор-функція поверхні. Головні напрямки.
13. Теорема Ейлера. Головні кривини.
14. Формули Родріга. Обчислення головних кривин.
15. Обчислення головних напрямків.
16. Гаусова та середня кривини поверхні та їх обчислення. Типи точок на поверхні.
17. Лінії кривини. Умови їх співпадання з координатною сіткою.
18. Асимптотичні лінії. Умови їх співпадання з координатною сіткою.
19. Геодезичні лінії. Теорема Гауса-Бонне (без доведення) та наслідки з неї.
20. Поняття топологічного простору. Зв'язок з метричним. Приклади.
21. Поняття топологічного многовиду. Приклади.
22. Сфера як двовимірний топологічний многовид.
23. Вкладення та занурення. Поняття кривої в топологічному многовиді. Приклади.
24. Поняття поверхні в топологічному многовиді. Приклади.
25. Клітчасті многовиди. Теорема Ейлера. Орієнтовані та неорієнтовані клітчасті многовиди. Приклади.

6. ФОРМИ ПОТОЧНОГО ТА ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ

6.1. Форми поточного контролю.

Поточний контроль знань студентів упродовж одного семестру включає бали за роботу на практичних заняттях, а також оцінювання всіх видів самостійної роботи. Оцінювання роботи на практичних заняттях, індивідуальної та самостійної роботи здійснюється за шкалою від «0» до «5». Критерії оцінювання поточного, проміжного та підсумкового контролю визначаються Положенням із врахуванням вагових коефіцієнтів: – поточного контролю: для дисциплін, що завершуються екзаменом – 0,4; – проміжного контролю: для дисциплін, що завершуються екзаменом – 0,1.

Кожен вид роботи фіксується у відповідній графі академічного журналу з обов'язковим позначенням виду роботи та дати проведення. У кожній клітинці академічного журналу записується лише одна оцінка, позначки «+» та «-» не допускаються. У разі пропуску заняття здобувачем у графах контролю викладачі роблять позначку н/. Здобувач вищої освіти, який з поважних причин, підтверджених документально, не мав можливості брати участь у формах поточного контролю та виконати індивідуальне завдання і самостійну роботу, має право на відпрацювання у двотижневий термін після повернення до навчання, але до початку екзаменаційної

сесії. Студент, який не використав надане йому право у встановлений термін або пропустив заняття без поважних причин, отримує за кожне пропущення заняття 0 балів.

Після завершення вивчення дисципліни викладач виводить середньозважений бал, який переводиться у 100-бальну шкалу з відповідним ваговим коефіцієнтом. Підрахунки середньозваженого балу здійснюються з точністю до другого знака після коми. Кількість балів за поточний контроль округлюють до цілих.

6.2. Форми проміжного контролю.

Проміжний контроль проводиться у формі модульної контрольної роботи. До проміжного контролю допускаються всі студенти. Проміжний контроль проводиться за розкладом, затвердженим деканом факультету. Оцінювання проміжного контролю здійснюється за шкалою від «0» до «10». Результати проміжного контролю фіксуються у відповідній графі академічного журналу. Результати проміжного контролю мають бути внесені до відомості обліку успішності здобувачів вищої освіти протягом 2-х днів після його проведення, але обов'язково до початку екзаменаційної сесії. Оцінка з проміжного контролю не перескладається. У випадку відсутності студента на проміжному контролі з поважної причини, підтвердженої документально, деканатом складається додатковий розклад.

6.3. Форми підсумкового контролю.

Семестровий екзамен – це вид підсумкового контролю, який спрямований на перевірку програмних результатів навчання, визначених освітньою програмою для відповідного освітнього компонента. Семестрові екзамени проводяться в період екзаменаційної сесії. Оцінка за семестр з дисципліни, з якої передбачений екзамен, виставляється після закінчення її вивчення за результатами поточного (ваговий коефіцієнт – 0,4), проміжного (ваговий коефіцієнт – 0,1) та підсумкового контролю (ваговий коефіцієнт – 0,5).

7. ЗАСОБИ ДІАГНОСТИКИ РЕЗУЛЬТАТІВ НАВЧАННЯ

Питання до іспиту

I. КРИВИ В ТРИВИМІРНОМУ ПРОСТОРИ

1. Вектор-функції скалярного аргументу. Границя, неперервність, диференційовність.
2. Годограф вектор-функції скалярного аргументу. Звичайні точки. Проста дуга. Теорема про просту дугу. Еквівалентні параметризації.
3. Дві леми про вектор-функції скалярного аргументу.
4. Ряд Тейлора для вектор-функції. Дотична до кривої в звичайній та в особливій точках.
5. Топологічні відображення метричних просторів. Поняття елементарної кривої. Основна лема про відображення точок відрізка в дугу кривої.
6. Довжина дуги кривої. Природна параметризація.
7. Порядок дотику кривих.
8. Властивості точкових множин, заданих неявними рівняннями.
9. Дотична до кривої, що визначена системою рівнянь. 10. Дотична до кривої, заданої перетином двох поверхонь.
11. Стична площина просторової кривої. Точки розпрямлення.
12. Тригранник Френе. Його одиничні вектори.
13. Рівняння елементів тригранника Френе.
14. Кривина кривої. Умова виродження кривої в пряму.
15. Формули Френе.
16. Скрут. Його геометричний зміст. Умова сплюснення кривої.
17. Обчислювальні формули для кривини та скруту у випадку природної параметризації.
18. Обчислювальні формули для кривини та скруту у випадку довільної параметризації.

II. ПЛОСКІ КРИВИ

19. Стичне коло плоскої кривої. Центр і радіус кривини.
20. Еволюта та її властивості.
21. Евольвента та її властивості.
22. Натуральне рівняння плоскої кривої. Основні теореми.

III. ЕЛЕМЕНТИ ТЕОРІЇ ПОВЕРХОНЬ

23. Поняття поверхні. Елементарні поверхні. Координатна сітка.
24. Звичайні точки. Проста параметризація. Еквівалентні параметризації.
25. Дотична площина і нормаль до елементарної поверхні.
26. Перша квадратична форма. Довжина дуги кривої на поверхні.
27. Кут між кривими на поверхні. Кут між координатними лініями.
28. Площа куска поверхні.
29. Друга квадратична форма та обчислення її коефіцієнтів.
30. Подання другої квадратичної форми у вигляді скалярного добутку.
31. Основна формула для кривини кривої на поверхні.
32. Теорема Менъе.
33. Основна вектор-функція поверхні. Її існування та симетричність.
34. Власні напрямки та власні значення. Теорема про їх існування у симетричній вектор-функції.
35. Основна вектор-функція поверхні. Головні напрямки.
36. Теорема Ейлера. Головні кривини.
37. Формули Родріга. Обчислення головних кривин.
38. Обчислення головних напрямків.
39. Гаусова та середня кривини поверхні та їх обчислення. Типи точок на поверхні.
40. Лінії кривини. Умови їх співпадання з координатною сіткою.
41. Асимптотичні лінії. Умови їх співпадання з координатною сіткою.
42. Геодезичні лінії. Теорема Гауса-Бонне (без доведення) та наслідки з неї.

IV. ЕЛЕМЕНТИ ТОПОЛОГІЇ

1. Поняття топологічного простору. Зв'язок з метричним. Приклади.
2. Поняття топологічного многовиду.
3. Сфера як двовимірний топологічний многовид.
4. Неперервні відображення та гомеоморфізми топологічних просторів. Збереження топології при гомеоморфізмі.
5. Критерій неперервності відображення. Необхідна і достатня умова відкритості множини в топологічному просторі.
6. Вкладення та занурення. Поняття кривої в топологічному многовиді. Приклади.
7. Поняття поверхні в топологічному многовиді. Приклади.
8. Клітчасті многовиди. Теорема Ейлера. Орієнтовані та неорієнтовані многовиди. Приклади.

ТИПИ ЗАДАЧ, ЩО ВІНОСЯТЬСЯ НА ЕКЗАМЕН

(збірник задач за редакцією Воднєва)

№№ 15, 18-20, 26а, 31, 42, 43, 66, 68, 69, 73, 80, 184, 187, 188, 552, 553, 557, 558, 159, 165, 164, 172, 174, 126, 510, 511, 513, 522, 523, 689, 696, 697, 703, 537, 548, 543, 541, 571, 572, 573, 577, 587, 603, 605, 532, 362, 368, 369, 370, 371, 391, 373, 378, 383, 401, 406, 422, 424, 425, 435, 440, 447, 450, 451, 629, 683, 685, 686-688, 762-764, 773, 804, 805, 813, 806-809, 814, 818, 819, 828, 834, 836, 837, 838, 840(I), 859, 880, 881, 892, 914, 932, 934, 912.

ЗАУВАЖЕННЯ. В екзаменаційний білет вносяться одне питання з розділів I, II та одне питання з розділів III, IV. Крім того, вноситься три задачі вказаних вище типів.

Екзаменаційний білет містить 2 теоретичні питання і 3 практичні завдання. Кожне питання і завдання оцінюється в 10 балів.

Зразки варіантів контрольних робіт

Зразок контрольної роботи №1

1. Довести, що годографом вектор-функції $\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{r}_1 \cos t + \vec{r}_2 \sin t$ є еліпс, якщо $\vec{r}_0, \vec{r}_1, \vec{r}_2$ – сталі вектори, і \vec{r}_1 та \vec{r}_2 – неколінеарні.
2. Показати, що проекція “ординати” довільної точки ланцюгової лінії $y = ach \frac{x}{a}$ на нормаль у цій точці є величина стала.
3. Написати параметричні рівняння ланцюгової лінії, прийнявши за параметр довжину дуги, що відраховується від вершини цієї лінії.
4. Знайти рівняння еволюти еліпса.
5. Записати рівняння нормальної площини в довільній точці кривої

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ y^2 + z^2 = 1. \end{cases}$$

Зразок контрольної роботи №2

1. Довести, що дотичні площини до поверхні $xyz = a^3$ утворюють разом з координатними площинами тетраедр сталого об'єму.
2. Знайти рівняння нормалі до поверхні
$$\begin{cases} x = u + v, \\ y = u - v, \\ z = uv \end{cases}$$
 в точці $M(u = 2, v = 1)$.
3. Знайти одну зі сторін та один із кутів криволінійного трикутника $u = \pm \frac{1}{2}av^2, v = 1$, розміщеного на поверхні, в якій $ds^2 = du^2 + (u^2 + a^2)dv^2$.
4. Обчислити головні кривини поверхні $x = yz$ у точці $M(1;1;1)$.
5. Знайти геометричне місце гіперболічних точок на поверхні $x = u + v, y = uv, z = u^3 + v^3$.

8. КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ НАВЧАННЯ

8.1 Шкала та схема формування підсумкової оцінки

Переведення підсумкового балу за 100-бальною шкалою оцінювання в підсумкову оцінку за традиційною шкалою

Сума балів	Оцінка за національною шкалою
90-100	відмінно
70-89	добре
51-69	задовільно
1-50	незадовільно

Підсумковий бал з навчальної дисципліни виставляється за результатами поточного, проміжного та підсумкового контролю. Під час поточного контролю оцінюються відповіді студента на семінарських заняттях та результати самостійної роботи

Схема розподілу балів

Максимальн	40 балів (поточний контроль) –	10 балів (проміжний	50 балів
------------	--------------------------------	---------------------	----------

а кількість балів	середньозважений бал оцінок за відповіді на семінарських заняттях та виконання індивідуальних завдань, який переводиться у 100-бальну шкалу з ваговим коефіцієнтом.0,4	контроль) – за результатами виконання модульної контрольної роботи	(підсумковий контроль) – за результатами відповідей на екзамені
Мінімальний пороговий рівень	20 балів (поточний контроль)	6 балів (проміжний контроль)	25 балів (підсумковий контроль)

8.2 Критерії оцінювання під час аудиторних занять

Досягнення студентів на семінарських заняттях, а також виконані ними індивідуальна та самостійна роботи оцінюються за шкалою від «0» до «5».

Оцінка	Критерії оцінювання навчальних досягнень
5 балів	Оцінюється робота студента, який у повному обсязі володіє навчальним матеріалом, вільно, самостійно та аргументовано його викладає, глибоко та всебічно розкриває зміст теоретичних запитань та практичних завдань, використовуючи при цьому обов'язкову та додаткову літературу, вільно послуговується науковою термінологією, розв'язує задачі стандартним або оригінальним способом, наводить аргументи на підтвердження власних думок, здійснює аналіз та робить висновки.
4 бали	Оцінюється робота студента, який достатньо повно володіє навчальним матеріалом, обґрунтовано його викладає, в основному розкриває зміст теоретичних запитань та практичних завдань, використовуючи при цьому обов'язкову літературу, розв'язує задачі стандартним способом, послуговується науковою термінологією. Але при висвітленні деяких питань не вистачає достатньої глибини та аргументації, допускаються при цьому окремі неістотні неточності та незначні помилки.
3 бали	Оцінюється робота студента, який відтворює значну частину навчального матеріалу, висвітлює його основний зміст, виявляє елементарні знання окремих положень, записує основні формули, рівняння, закони. Не здатний до глибокого, всебічного аналізу, обґрунтування та аргументації, не користується необхідною літературою, допускає істотні неточності та помилки.
2 бали	Оцінюється робота студента, який не володіє навчальним матеріалом у достатньому обсязі, проте фрагментарно, поверхово (без аргументації та обґрунтування) викладає окремі питання навчальної дисципліни, не розкриває зміст теоретичних питань і практичних завдань.
1 бал	Оцінюється робота студента, який не в змозі викласти зміст більшості питань теми та курсу, володіє навчальним матеріалом на рівні розпізнавання явищ, допускає істотні помилки, відповідає на запитання, що потребують однослівної відповіді.
0 балів	Оцінюється робота студента, який не володіє навчальним матеріалом та не в змозі його висвітлити, не розуміє змісту теоретичних питань та практичних завдань.

8.3 Критерії оцінювання індивідуальних завдань

Вид	Максимальна кількість балів
Індивідуальне науково-дослідне завдання	5
Виконання розрахункових робіт за темами	5

Опрацювання тем, винесених на самостійну підготовку, в т.ч. конспектування за заданим планом.

5

Оцінювання *ІНДЗ* здійснюється за такими критеріями: правильність складання та оформлення, наявність всіх компонентів у вступі, відповідність вимогам академічного письма. Критеріями оцінювання *презентації* є повнота, технічна якість висвітлюваного матеріалу, рівень обізнаності студента в означеній проблемі. Критеріями оцінювання *анотування та реферування наукових праць* є вміння обирати головні тези зі статті, стисло описувати зміст та основні результати дослідження.

8.4 Критерії оцінювання модульної контрольної роботи

Проміжний контроль з означеного курсу проводиться у вигляді модульної контрольної роботи, яка оцінюється за 10-бальною шкалою. Кожне вірно розв'язане завдання оцінюється у 2 бали. Критеріями оцінювання є: логічність та правильність у розв'язуванні завдання, повнота відповіді, здатність критичного аналізу теоретичного матеріалу, вміння робити висновки.

8.5 Критерії оцінювання під час підсумкового контролю

Підсумковий контроль здійснюється в усній формі. Здобувачі освіти готуються до екзамену за переліком орієнтовних питань. Екзаменаційний білет складається з двох теоретичних та одного практичного завдання.

Критерії оцінювання під час підсумкового контролю

«відмінно»	ставиться за повні та міцні знання матеріалу в заданому обсязі, вміння вільно виконувати практичні завдання, передбачені навчальною програмою; за знання основної та додаткової літератури; за вияв креативності у розумінні і творчому використанні набутих знань та умінь.
«добре»	ставиться за вияв студентом повних, систематичних знань із дисципліни, успішне виконання практичних завдань, засвоєння основної та додаткової літератури, здатність до самостійного поповнення та оновлення знань. Але у відповіді студента наявні незначні помилки.
«задовільно»	ставиться за вияв знання основного навчального матеріалу в обсязі, достатньому для подальшого навчання і майбутньої фахової діяльності, поверхову обізнаність з основною і додатковою літературою, передбаченою навчальною програмою; можливі суттєві помилки у виконанні практичних завдань, але студент спроможний усунути їх із допомогою викладача.
«незадовільно»	виставляється студентові, відповідь якого під час відтворення основного програмового матеріалу поверхова, фрагментарна, що зумовлюється початковими уявленнями про предмет вивчення.

Максимальна кількість балів отриманих на екзамені становить 50 балів, мінімальна – 26 балів.

Критерії оцінювання під час підсумкового контролю

Підсумковий бал	Оцінка за традиційною шкалою
	екзамен
50-46	відмінно
45-36	добре
35-26	задовільно
25-1	незадовільно

9. ІНСТРУМЕНТИ, ОБЛАДНАННЯ ТА ПРОГРАМНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ, ВИКОРИСТАННЯ ЯКИХ ПЕРЕДБАЧАЄ НАВЧАЛЬНА ДИСЦИПЛІНА

На практичних заняттях потрібні конспект лекцій і зошит для практичних робіт.

10. РЕКОМЕНДОВАНІ ДЖЕРЕЛА ІНФОРМАЦІЇ

10.1. Основні джерела

1. О.А.Борисенко. Диференціальна геометрія та топологія. Х. 1995.
2. Н. И. Кованцов, Г. М. Зражевская, В. Г. Кочаровский, В. И. Михайловский, Дифференциальная геометрия, топология, тензорный анализ. Сб. задач, К., 1989.
3. А. С. Мищенко, А. Т. Фоменко, Курс дифференциальной геометрии и топологии, М, 1980.
4. О.О.Пришляк. Диференціальна геометрія. К. 2004.
5. 2. Авдєєва, Т. В. Алгебра. Основи алгебраїчних структур [Електронний ресурс] : навчальний посібник / Т. В. Авдєєва, В. М. Горбачук ; НТУУ «КПІ». – Електронні текстові дані (1 файл: 1,28 Мбайт). – Київ : НТУУ «КПІ», 2015. – 80 с. http://kmf.kpi.ua/fileadmin/kmf.ntukpi.kiev.ua/Method/Method/FMF/2_Zagalna_Algebra.pdf
6. Андрійчук В.І., Забавський Б.В. Диференціальна геометрія і топологія // -Львів. - 2005.
7. Завало С. Т., Диференціальна геометрія і топологія : [в 2-х ч.] : підручник для студ. фіз.-мат. фак. пед. ін-тів / С. Т. Завало, В. М. Костарчук, Б. І. Хацет., Київ : Вища школа, 1974.
8. Завало С.Т. та ін. Диференціальна геометрія і топологія: Практикум. Частина 2. – К.: Вища шк., 1986. – 264 с.
9. Базылев В.Т., Дуничев К.И. Геометрия. Ч.II. - М. Просвещение, 1975. – 367 с..
10. Кованцов М.І. Диференціальна геометрія.- К.: Вища школа, 1973. - 276 с.
11. Погорелов А.В. Дифференциальная геометрия. – Харьков: Изд-во Харьковского унта, 1961. – 166 с.
12. Теплінський Ю.В. Лекції з диференціальної геометрії. - Кам.-Под., 1999.-146 с.
13. Сборник задач и упражнений по дифференциальной геометрии под редакцией Воднева В.Т. - Минск, 1970. – 372 с.

10.2. Допоміжні джерела

1. Борисович Ю.Г. и др. Введение в топологию. - М., 1980.
2. Розенфельд Б.А. Многомерные пространства. - М., 1966.
3. Базылев В.Т. Геометрия дифференцируемых многообразий. – М.: Высшая школа, 1989. – 221 с.
4. Фиников С.П. Курс диф. геометрии. - М.: Узд-во Московского ун-та, 1960. – 158 с.
5. Норден А.П. Краткий курс дифференциальной геометрии. М.: ФИЗМАТГИЗ, 1958.- 244 с.
6. Сборник задач по дифференциальной геометрии под редакцией А.С. Феденко. – М.: Наука, 1979. – 272 с.
7. Хирш М. Дифференциальная топология. – М.: Мир, 1979. – 280 с.
8. Городецький В.В., Мартинюк О.В. Диференціальна геометрія в теоремах і задачах. – Чернівці: Книги XXI, 2009. – 395 с
<http://194.44.152.155/elib/local/sk706711.pdf>